Conseils de lecture

Voici quelques livres que j'aurais tendance à recommander pour l'agrégation, et qui sont peut-être moins souvent conseillés que certains grands classiques. Bien sûr l'appréciation de ces livres est très subjective, et peut-être qu'ils ne vous plairont pas. Je signale juste leur existence et leur possible utilité, car ils sont (à mes yeux) moins connus que les (incontournables !) *histoires hédonistes de groupes et de géométries* ou les Gourdon, Zuily-Queffélec, Rouvière...

- *Counting, the art of enumerative combinatorics*, George E. Martin. J'ai surtout lu le début du livre sur les dénombrements élémentaires. Il permet de vraiment bien comprendre la formule pour $\binom{n}{k}$, la formule pour le nombre de façons de choisir k objets parmi n avec répétitions... Tout ceci est fait très progressivement, à partir d'une questions simple, on la transforme en 30 questions qui ont l'air de plus en plus compliquées, mais on se rend compte qu'en fait on compte à chaque fois la même chose, c'est juste le point de vue qui change. Comme les plans de leçons d'agrégation doivent regorger d'exemples, ce livre est tout indiqué, car il y a (sans exagérer) 50 exemples par type de dénombrement. On y trouve aussi de jolies applications du lemme des tiroirs. Par exemple, dans une fête regroupant 6 personnes, il y a forcément soit un groupe de 3 personnes qui se connaissent toutes, soit un groupe de 3 personnes qui ne se connaissent pas. Apparemment la question du nombre minimal d'invités pour être sûr qu'il existe un groupe de r personnes se connaissant toutes ou ne se connaissant pas est toujours ouverte ! Il traite aussi des séries génératrices et de techniques plus sophistiquées (dénombrement à l'aide d'actions de groupes, formule de Burnside... qui sont des choses à mettre dans la leçon dénombrement) mais c'est une partie que j'ai moins lue.

- *Probability and Measure*, Patrick Billingsley (est dans la bibliothèque de l'agreg). C'est un immense classique en anglais, mais peut-être pas tout le temps utilisé pour l'agrégation en France. J'ai particulièrement aimé la partie sur les suites tendues de mesures, et la démonstration du théorème de Lévy sur la convergence en loi et la convergence simple des fonctions caractéristiques. On y trouve aussi la démonstration de la convergence ps des sous-martingales bornées dans L^1, avec l'inégalité des traversées montantes de Doob. C'est un joli résultat qui permet sûrement de faire un développement de probabilités dans la leçon sur les convergences de suites.

- *Markov chains*, Norris (est dans la bibliothèque de l'agreg). C'est un livre sur les chaînes de Markov en temps continu, mais il y a un premier chapitre sur le temps discret que j'ai bien aimé. On y trouve beaucoup d'exemples, et toutes les preuves sont faites pour un espace d'état dénombrable, là où d'autres livres traitent seulement le cas fini. Je dirais que ce premier chapitre se situe à un bon niveau pour préparer l'agrégation. Je trouvais que *Probabilités 2* de Jean-Yves Ouvrard était un peu trop difficile pour moi pour la partie chaînes de Markov. La rigueur dont il fait preuve est sûrement préférable, mais le livre de Norris est plus abordable et permet de bien comprendre intuitivement les résultats essentiels. Petit trailer pour donner envie de se plonger dedans : on répond à la question suivante : *Un cavalier part d'un coin d'un échiquier, et à chaque étape, il va dans une des cases que ses déplacements lui autorisent (il la choisit uniformément parmi les cases possibles). Quel est le temps moyen de retour à sa case de départ ?*

De manière générale, regarder dans des livres en anglais peut permettre de trouver des exemples qui changent un petit peu. Par exemple, pour les questions de dénombrement avec la formule de Burnside, les références françaises font souvent l'exemple du collier de perles, ou des coloriages du cube, alors que dans le livre de Martin, il commence par des damiers, et il doit y avoir d'autres applications que je n'ai pas eu le temps de bien regarder.

- *Probabilités pour les non-probabilistes*, Walter Appel. C'est un livre magnifique à regarder (j'aime beaucoup la mise en page), qu'on a envie de feuilleter, bref : un livre de chevet. C'est un livre qui fait aimer les probas, et qui est vraiment bien pour le programme de tronc commun. Pour que la lecture soit aussi agréable, il faut bien qu'il y ait un bémol : certaines preuves un peu techniques ne sont pas faites, et l'auteur renvoie à d'autres livres. Il me semble qu'il ne parle pas d'uniforme intégrabilité. Pour l'option A, il y a un chapitre très utile sur la simulation de variables aléatoires, qui explique les différentes méthodes (inverse généralisée, méthodes de rejet par exemple) ! Il explique aussi le test de Kolmogorov-Smirnov (sans démonstration, mais c'est difficile et hors-programme de l'agrégation, donc ce n'est pas grave je pense), donc c'est utile de le savoir pour avoir un endroit où regarder si le texte de modélisation suggère d'en parler. Les martingales sont évoquées rapidement, donc ce n'est peut être pas la référence idéale pour avoir tous les théorèmes, mais par contre il y a des explications heuristiques qui m'ont aidé à mieux comprendre « avec les mains » la notion d'espérance conditionnelle, de sous/sur-martingale... Pour les chaînes de Markov, il y a quasiment tout ce qu'il faut, mais il se limite au cas d'un espace d'état fini. Mais d'un côté ceci permet de faire des preuves matricielles pour la convergence des lignes de la matrice de transition vers l'unique probabilité invariante (sous certaines hypothèse bien sûr !), et donc un possible recasage probabiliste dans des leçons de réductions de matrices.

- *Topologie, calcul différentiel et variable complexe*, Jean Saint-Raymond (celui-ci est peut-être déjà classique, mais bon, j'ai envie d'en parler). Là encore, un livre très agréable à lire. C'est à la fin de ce livre que se trouve le développement sur le théorème de la sphère chevelue, avec une preuve différentielle. C'est dans un chapitre sur les théorèmes de point fixe, où il démontre le théorème de point fixe de Brouwer, celui de Schauder et son application aux équations différentielles. Mais ce n'est pas pour cette partie que j'ai le plus envie de recommander ce livre, mais plutôt pour les chapitres de topologie du début. En effet, parmi les leçons d'agrégation, il y a *Compacité, Espaces complets*, ou encore *Connexité*, tandis que les premiers chapitres de ce livre ont pour titre *espaces compacts, espaces complets, espaces connexes* ! C'est donc une très bonne référence pour les résultats de base de nombreuses leçons d'analyse. La partie qui correspond au cours d'EVNCD n'égale pas l'incomparable poly de notre enseignante, mais comme nous n'y avons pas droit le jour J, c'est un très bon substitut je pense. Je n'ai pas eu le temps de regarder en détail tous les exercices, mais certains peuvent sans doute servir de base à des développements. Par contre la partie sur les fonctions holomorphes commence par des formes différentielles, j'avais un peu de mal... Je dirais qu'il y a d'autres références pour les bases sur les fonctions holomorphes (notamment le poly de D. Hulin, disponible en ligne). Pour la suite (théorème des résidus par exemple), j'aime bien, il y a des exemples de calculs d'intégrales traités complètement, donc ça peut-être utile pour un développement ou des exemples dans certaines leçons.

- *Théorie de Galois*, Ivan Gozard (lui aussi est assez utilisé, mais je rajoute une couche pour ne pas que son titre fasse oublier son utilité pour l'agrégation). Son titre peut faire peur, on peut se dire « oula la théorie de Galois ce n'est pas pour moi », ce n'est même pas au programme de l'agreg, etc. En fait, le livre couvre des tonnes de choses qui sont utiles en théorie de Galois, mais qui sont surtout très importantes pour l'agrégation.
  Entre autres : Les corps de rupture, de décomposition, les corps finis, l'écriture des polynômes symétriques comme des polynômes en les fonctions symétriques élémentaires, tout un chapitre sur la cyclotomie, et surtout un chapitre de « notions de théorie des groupes » qui couvre assez rapidement les notions de groupe dérivé, de groupe résoluble, les théorèmes de Sylow, avec les mêmes démos que dans le Perrin. Même si le but de ce chapitre est d'aboutir à la non-résolubilité du groupe symétrique pour n plus grand que 5, avec en ligne de mire le super théorème qui dit « il n'y a pas de formule » : il y a des

équations qu'on ne peut pas résoudre par radicaux, l'auteur démontre au passage que le groupe alterné est simple pour n plus grand que 5, et c'est un développement classique. Dans la partie sur les corps finis on trouve également le dénombrement des polynômes irréductibles sur un corps fini, qui est aussi souvent choisi comme développement. Ensuite, il y a aussi des choses qui sont un peu plus en bordure du programme de l'agreg, mais qui peuvent toujours être placées dans des leçons : Les résultants, et les nombres constructibles à la règle et au compas par exemple. On y trouve aussi les démonstrations complètes des théorèmes de HERMITE et de LINDEMANN (transcendance de π et e).

Enfin, un commentaire plus personnel : Ce livre n'est pas le plus agréable à lire, on ne nous raconte pas les choses comme un roman, les preuves peuvent paraître longues, et le formalisme un peu lourd. Cependant, cela se fait au service d'une grande rigueur, et le niveau de détail est très rassurant. Il ne manque aucune étape des démonstrations, tout est écrit.

- *Les* RMS ! On y trouve plein d'idées de développements et d'exemples originaux. C'est d'un RMS qu'est issu le développement sur les corps $\mathbf{K}$ dans lesquels les matrices symétriques sont semi-simples. On y trouve aussi des exercices sur les permutations aléatoires, ou les matrices aléatoires, qui se recasent dans beaucoup de leçons. Cela demande pas mal de temps pour fouiller dans ces livres et trouver des choses qui ont un format adapté à l'agrégation, mais c'est un bon investissement je pense.

- Une petite découverte faite à la toute fin de l'année : le livre d'algèbre linéaire de GRIFONE, en plus d'être très bien pour l'algèbre linéaire de base, a des annexes très utiles ! On y trouve une annexe sur les portraits de phase en dimension 2 (la leçon 220 appelle très fortement à en parler), et une sur la classification des coniques. La démonstration du lien entre déterminant et volume vaut aussi le détour.