

Attendus en CPGE

Les notions au programme en CPGE constituent des fondamentaux du monde scientifique actuel (algèbre linéaire, analyse de fonctions réelles, nombres complexes, probabilités, ...). Lors des deux années de CPGE, l'objectif est de vous faire progresser au maximum en mathématiques sur ce programme. Les attendus sont très différents de ce que vous avez connu au lycée, les cours sont plus rapides et plus denses.

L'organisation de la CPGE est là pour vous fournir un cadre de travail (TD, colles, DM, DS fréquents), mais c'est à vous de fournir les efforts en cours et hors cours pour suivre et travailler.

Il sera ainsi très important de remettre en question vos méthodes de travail, pour chercher à vous adapter le mieux possible à la PTSI.

En mathématiques le programme est volumineux (20 chapitres en PTSI), il faut ainsi privilégier un travail régulier.

Il faut bien comprendre que vous travaillez pour vous-même, pour progresser, pour avancer en mathématiques et en science. L'objectif n'est pas juste de vérifier un certain niveau de connaissances pour les concours, mais de se former intellectuellement de façon satisfaisante dans le domaine scientifique, en un temps limité (2 ou 3 ans).

Si vous ne travaillez pas suffisamment ou pas correctement (idem pour le suivi en classe), vous finirez pénalisés sur le long terme (sur la suite de l'année, aux concours, et dans la suite de vos études) et vos années de CPGE ne vous auront pas vraiment servi.

Même avec un suivi plus important, le rôle de l'enseignant reste limité. Une grande partie de **la motivation**, de **la façon de travailler**, du suivi en cours **ne dépend que de vous**. Essayez d'être malins et d'utiliser efficacement ce que la CPGE met à votre disposition.

La progression en mathématiques se base sur **la connaissance, la compréhension, le raisonnement, et la rédaction**.

Dans cette progression, l'important est de développer un **niveau minimal pour chaque chapitre**, et d'avoir **le moins de lacunes possibles** sur des chapitres terminés.

En effet, les mathématiques sont cumulatives : des méconnaissances ou mauvaises compréhensions sur un chapitre précédent empêchent de bien maîtriser un chapitre futur.

Si vous avez des difficultés sur des notions de cours du collège ou du lycée (Ex : gestion des calculs, développements et factorisations, calculs littéral, fonctions usuelles et leurs propriétés, ...), vous en pâtirez par moments sur les chapitres de PTSI (dans le suivi du cours, et surtout lors des évaluations). Travailler sur ces difficultés/lacunes est important pour avoir un rythme de progression convenable.

Ces méconnaissances arrivent souvent lorsqu'une notion est survolée, pas bien mémorisée, peu entraînée. Pour faire une réponse correcte en mathématiques il y a besoin de notions bien maîtrisées.

Ainsi, il est plus important de passer davantage de temps sur une notion pour la maîtriser proprement, quitte à ne pas voir certaines autres notions, plutôt que de voir un peu chaque notion et n'en maîtriser aucune. La qualité est plus importante que la quantité.

Chaque notion bien travaillée (avec qualité) vous aidera à travailler plus facilement les notions suivantes.

Travail du cours

Temps de travail

– Il faut commencer par se dégager **du temps pour travailler**.

Cela peut être en semaine après les cours, le week-end, ou bien aussi entre certains cours.

Le temps total de travail au cours de la semaine n'a pas besoin d'être immense, travailler beaucoup trop longtemps n'aide pas à progresser.

Il vous restera du temps pour prendre soin de vous et faire des activités personnelles.

Ne cherchez pas à rogner sur le temps de sommeil, cela ne sert pas.

On ne peut travailler correctement qu'avec un repos suffisant, une bonne alimentation, le moral, et un peu d'hygiène de vie.

Par exemple, 1h-1h30 chaque jour et 4h durant le week-end représentent déjà un temps pour travailler tout à fait satisfaisant (surtout que le travail régulier est bien plus efficace que le travail par intermittence). Cela représente 11h30 de travail au total sur la semaine, ce qui laisse encore beaucoup de temps libre.

Motivation

– Il faut que les **heures passées à travailler** soient **efficaces**.

Avancer par exemple d'une page en 2 heures (car smartphone, musique, discussions, . . .), c'est passer 2 heures extrêmement peu efficaces.

De même, prendre 2 heures pour surligner au fluo la majorité du cours ou pour rédiger des fiches très propres (sans en connaître proprement le contenu à la fin) est très peu efficace.

Pour cela, il faut trouver **de la motivation**. Pour chaque moment de la semaine où vous voulez travailler, il faut pouvoir **instaurer une ambiance** qui permet de le faire.

Cela nécessite d'arriver préparé (avec tout le contenu nécessaire pour travailler), de couper les sources de distraction, et de se donner une envie de se lancer au travail.

Il n'y a pas de méthode universelle pour se motiver à travailler et pour rester concentré. Mais, je veux vous recommander des éléments pratiques à mettre en place et qui fonctionnent.

Comprenez que si vous réservez 10 heures dans la semaine semaine pour travailler, mais qu'à la fin vous n'êtes efficace que pendant 5 heures sur les 10, vous perdez 5 heures à "tenter de travailler".

Si cela vous arrive, essayez de réserver moins de temps dans la semaine (par ex. 8h), mais de rester concentré et efficace pendant tout votre temps de travail.

Méthode de travail

– Le travail du cours ne peut être efficace que si vous avez **une méthode de travail qui fonctionne**.

Avoir de bonnes méthodes de travail s'apprend. Ce n'est pas inné. En fonction de ce qui est demandé (ici les mathématiques de CPGE), les méthodes de travail doivent changer pour s'adapter.

Vous devez remettre en question vos méthodes de travail, afin de voir ce qui semble fonctionner et ce qui ne semble pas fonctionner, puis essayer des variations pour les améliorer.

Une amélioration de vos méthodes de travail vous sera utile pour chaque séance de travail. Sur 2 années de CPGE le gain est immense.

Demandez à vos camarades et aux élèves de 2ème année quelle est leur façon de travailler, et ce qu'ils en pensent. C'est une bonne source d'idées pour modifier votre propre façon et **devenir plus efficace**.

La méthode miracle n'existe pas, les bonnes méthodes oui. Une méthode de travail est efficace si vous

Méthode de travail

l'avez bien comprise, si vous vous y êtes habitués, et si vous l'avez adaptée à vos préférences. Autrement dit, ne passez pas des heures au départ à réfléchir sur votre méthode de travail, réfléchissez-y un peu et lancez-vous dans le travail. Une fois mis au travail, vous pourrez prendre du recul sur ce que vous arrivez à faire par rapport au temps passé et par rapport aux attentes de la CPGE.

– Pour travailler son cours, vous entendrez souvent qu'il faut "lire le cours".

Cela ne consiste pas à simplement lire le chapitre, mais à effectuer un travail qui permet de mémoriser et de comprendre le chapitre, en utilisant la lecture.

Lire son cours : Voici une méthode pour "lire" son cours.

- Prendre une page du cours, la lire.
- Identifier les définitions, exemples, et résultats mathématiques qui sont contenus. Identifier les liens entre les définitions, résultats, et méthodes.
Résumer le contenu de la page (mentalement et oralement).
Relire et chercher à mémoriser les énoncés mathématiques.
Les phrases mathématiques des définitions/propositions sont à connaître par coeur.
- Cacher la page, et répéter à l'oral ce qu'elle contient (contenu résumé, et énoncés mathématiques pour chaque définition/résultat).
Cela peut être à voix haute ou à voix très basse.
- Vérifier sur la page si rien n'a été oublié ou mal énoncé.
Si tout est bon, passer à la page suivante.
Sinon, reprendre le travail de la page.
- Une fois toutes les pages mémorisées, fermer le cours, et répéter à l'oral ce qu'il contient (contenu résumé surtout).
Vérifier ensuite si rien n'a été oublié.

– Cette méthode fonctionne pour travailler son cours. **Essayez-la**, et voyez comment vous vous en sortez. N'hésitez pas à changer de façon de procéder pour obtenir une méthode qui vous convient mieux.

Vous pouvez par exemple chercher à réécrire des points du cours (les énoncés mathématiques, les méthodes), refaire des exemples, écrire une synthèse du chapitre.

La consultation de vidéos n'est en général pas très efficace, vous êtes trop passifs devant une vidéo pour enregistrer un gros volume d'informations le temps que la vidéo s'écoule. Sans compter que souvent la vidéo n'explique pas clairement certains éléments ou utilise du vocabulaire/des notations que vous ne connaissez pas.

– La **mémorisation des définitions et des résultats/méthodes est primordiale. Les expressions mathématiques** qu'elles contiennent (égalités, inégalités, existences, unicités, ...) **sont à connaître par coeur**.

La synthèse du cours sert à identifier les liens entre tous les énoncés, l'intérêt des objets définis dans le chapitre, les façons de manipuler ces objets. Cela aide à comprendre le chapitre.

Il est important de chercher à **exprimer le résumé** de chaque page **avec vos propres mots**. Il faut que le contenu soit clair pour vous.

La compréhension des objets/propriétés/exemples/méthodes est nécessaire pour mémoriser beaucoup plus efficacement le contenu du chapitre et pour le réutiliser.

A part les expressions mathématiques et quelques méthodes, le contenu du cours n'est pas à apprendre "par coeur au mot près".

– **N'hésitez pas à échanger avec vos camarades**, une connaissance, ou sur un groupe de discussion (Discord, facebook, whatsapp, ...), **notamment en cas de blocages**. Vous aurez une réponse adaptée à

Lecture des preuves

vosre question, ce qui est très efficace pour aider à comprendre un élément.

Cela vous entraîne aussi à vous exprimer en mathématiques avec quelqu'un d'autre, à faire en sorte que l'interlocuteur comprenne ce que vous dites.

Lecture des preuves

– Le cours de mathématiques contient aussi des preuves.

Une preuve est une suite de phrases mathématiques, toutes vraies, qui partent d'un énoncé donné et qui arrivent à une conclusion donnée grâce à des raisonnements.

La preuve vous **montre comment utiliser les objets du chapitre** pour obtenir de nouvelles informations avec peu d'hypothèses au départ. Tout cela avec des phrases mathématiques bien écrites.

Vous trouverez dans la majorité des preuves **les idées essentielles** de manipulations/raisonnements à **avoir** avec les objets du chapitre (matrices, complexes, fonctions, e.v., . . .).

Identifier les idées contenues dans les preuves est un élément important pour comprendre une notion.

Etudier les preuves en détail est aussi très utile pour apprendre à rédiger des phrases mathématiques.

Travail des preuves, squelette d'une preuve : Ce travail consiste à vérifier que la preuve est vraie, et à en extraire son "squelette".

— Lire la preuve en détail, phrase par phrase, ligne de calcul/équation par ligne.

— Pour chaque phrase mathématique, vérifier si la phrase est vraie.

Il faut vérifier que les opérations effectuées sont possibles, que les calculs menés n'ont pas d'erreurs, que les objets définis ont bien un sens, que les résultats invoqués peuvent bien l'être, que les cas particuliers ont été pris en compte (ex : division par 0), qu'une même notation n'est pas utilisée pour plusieurs objets (conflit de notation), et que les conclusions indiquées ("Donc, alors, ainsi, . . .") ont bien un sens.

Cette vérification est mentale. Il faut essayer de refaire la preuve dans sa tête, et de se convaincre à chaque étape que ce que l'on essaie de faire n'a pas de problèmes.

— Pour chaque phrase, identifier si un raisonnement est mis en place (cf. Chapitre 0).

Cela est en général une récurrence, une disjonction de cas, une preuve par l'absurde, une double-implication, un $+1 - 1$, un $\times a/a$, l'utilisation d'un résultat précédent, le fait de définir une quantité précise.

L'ensemble des raisonnements contenus dans la preuve représente le squelette de la preuve.

Ce squelette synthétise les idées/raisonnements dont on a besoin pour démontrer le résultat, sans tenir compte de la façon de rédiger.

Le squelette d'une preuve n'est pas explicite, il faut à chaque fois repasser sur la preuve pour l'identifier. Voici quelques exemples.

Formule du binôme : "récurrence". Formule de la somme géométrique : "disjonction de cas, télescopage". Unicité de la limite d'une suite : "absurde, définition de limite". Etude des suites arithmético-géométriques : "point fixe, soustraction, suite géométrique".

— Une fois toute la preuve lue, lister tous les raisonnements qui apparaissent.

Mémoriser ce squelette de la preuve (cf. méthode pour "lire" son cours).

Travailler une preuve, c'est avant tout identifier son squelette et le mémoriser.

— Essayer de réécrire la preuve à l'aide du squelette, mentalement ou à l'écrit.

Le squelette ne contient quasiment pas de détails de rédaction (notations, quantités à poser, valeurs dans les calculs, hypothèse de récurrence, . . .).

Pour refaire la preuve il faut rajouter tous ces détails. Cela demande une bonne maîtrise des bases de rédaction mathématique, et cela développe votre expression mathématique (votre façon à vous d'écrire des mathématiques).

L'objectif n'est pas d'écrire au mot près la même preuve que le cours, mais une nouvelle preuve qui suit les mêmes idées (et qui ne contient pas de fautes).

– Travailler les preuves **permet de faire des associations mentales** entre certains objets/chapitres et

certains raisonnements.

Ces associations sont **d'une grande aide pour traiter des exercices** ou sur un problème, elles aident souvent à ne pas être "bloqué".

Travail des exercices

– Chez les exercices on trouve les exercices traités en classe, et les autres.

Pour un exercice non traité, **l'objectif est de mettre en application le cours** (définitions, propriétés, exemples, méthodes, idées de preuves) pour obtenir la solution.

Les exercices vont en général avoir un point de départ et une réponse à obtenir, soit avoir un point de départ et demander la valeur d'un calcul/l'expression d'un objet en particulier.

– **Pour commencer**, il faut en général **réécrire mathématiquement l'énoncé** de l'exercice (le point de départ, la réponse attendue).

L'écriture mathématique est nécessaire de toute façon pour rédiger une réponse.

– Ensuite, il faut **identifier quels chapitres et quels résultats pourraient être utilisés** (cf. boîte à outils mentale). La mise en écriture mathématique aide beaucoup pour cela.

Parfois le résultat à utiliser est clair, et c'est son utilisation qui demande plus de difficulté. (ex : récurrence où l'hérédité n'est pas facile à obtenir)

Parfois, on ne sait pas vraiment quel résultat utiliser. Il est alors bon de **raisonner par élimination** : Dans le chapitre concerné, quels résultats ne peuvent pas être appliqués ou ne vont pas servir dans l'exercice ? La solution se trouvera en général parmi les résultats qui restent (ceux que l'on peut appliquer et qui pourraient peut-être servir).

– Il ne faut pas oublier que **les hypothèses dans un exercice ne le sont jamais au hasard**.

En général chaque hypothèse est utilisée au moins une fois. Si vous n'avez **pas encore utilisé une hypothèse**, dites-vous bien qu'à priori **cela devrait finir par servir**.

Si l'exercice indique f continue, $f(0) = 0$, $n \geq 2$, $x \in]0, +\infty[$, $a_n \neq 0, \dots$, cela est pour une raison.

– Les exercices ont souvent plusieurs questions. Pour répondre à une question, vous pouvez utiliser le cours mais aussi **utiliser les résultats de toutes les questions précédentes**.

N'oubliez pas que les résultats de la question (1) peuvent être utilisés à la question (2).

– Lors de calculs, de raisonnements, de tentatives d'idées, **posez des éléments au brouillon**.

Vouloir tout faire "de tête" va en général surcharger la mémoire directe, et vous oublierez une partie de ce que vous faisiez ou bien vous manquerez de concentration dans des calculs.

Poser à l'écrit des éléments de vos raisonnements et de vos calculs permet au cerveau de réfléchir sans avoir à garder trop d'informations en mémoire directe. **Cela est beaucoup plus efficace**.

– Dans un exercice, même si vous n'avez pas d'idées, **vous pouvez prendre des exemples**.

Cela peut être une fonction, une matrice, une suite, un entier, des coefficients,...

Les exemples doivent être simples, les plus simples possibles, afin de pouvoir effectuer les calculs et observer le résultat rapidement et sans trop de difficultés.

Quelques valeurs utilisées souvent pour des exemples :

Entiers : $n = 0, 1, 2, 3, 4$. Polynômes : $P(X) = 1, X, X^2, X^3$. Fonctions : fonctions usuelles, $f(x) = x^n, \cos(x), \sin(x), \exp(x), \ln(x)$. Coefficients : $a = 0, 1, -1, 2, -2$. Matrices : $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, matrices diagonales, triangulaires.

Suites : $u_n = n, n^2, q^n, \frac{1}{n}, (-1)^n, \frac{(-1)^n}{n}$.

Les exemples sont souvent utiles pour **comprendre pourquoi le résultat demandé est vrai**, et donc pour trouver quel raisonnement/résultat de cours on peut utiliser pour l'obtenir.

– **Pour un exercice traité en classe, il faut avoir écrit proprement la solution.**

Cette solution pourra alors être **travaillée comme une preuve**, en isolant le squelette de la solution et en vérifiant soi-même que chaque phrase mathématique est correcte. (cf. travail des preuves)

Le mieux est d'avoir un petit cahier dédié aux solutions d'exercices. Cela est simple, efficace, et facile à utiliser.

Utilisation des livres

– **On peut travailler les mathématiques avec des livres.** Mais il faut en utiliser un petit nombre, que l'on aura **trié à l'avance** sur le volet.

Travailler un livre, en parallèle des études, prend beaucoup de temps. Même si le livre couvre les chapitres que vous travaillez en classe.

D'où l'intérêt de commencer par très peu, afin de ne pas se surcharger en livres que l'on souhaite lire.

Le travail d'un livre **nécessite beaucoup d'organisation personnelle.** Contrairement aux cours vous êtes seul avec votre livre : personne n'est là pour vous expliquer en détail une démonstration, pour faire des petits exemples/schémas, ou pour répondre à vos questions.

Le livre ne dit que ce qu'il contient, et strictement rien de plus. Si vous avez du mal à comprendre une phrase ou un argument, la seule solution est de passer du temps à chercher le sens de ce que l'auteur a écrit.

Si vous n'êtes pas organisés dans votre travail des mathématiques, **un livre vous perdra très rapidement** (trop de contenu, trop d'éléments que vous ne comprenez pas bien, trop d'exercices où vous ne savez rien faire, peu de mémoire des choses déjà lues, peu de progression visible).

Le choix d'un livre se fait forcément avant de l'acheter/l'emprunter. Il faut réfléchir aux notions que l'on aurait besoin de travailler, demander des avis à des personnes, et en consulter plusieurs. On obtiendra ainsi une liste, dans laquelle on pourra faire du tri pour garder à la fin un petit nombre de livres.

Les bibliothèques universitaires ont de bonnes collections de livres de mathématiques que l'on peut emprunter, et **les étudiants plus âgés** revendent parfois leurs anciens livres. Pensez-y avant d'acheter du neuf, cela peut vous faire économiser beaucoup d'argent.

Les livres de cours/fiches/préparation pour les études en mathématiques sont très nombreux. Ils représentent un marché très lucratif, et donc aussi beaucoup de dérives.

Le volume du livre, qu'il soit récent, qu'il soit publié par une grande maison d'édition, qu'il soit "spécial concours/ptsi/examen", ne disent rien sur sa qualité.

Les versions numériques sont pratiques pour consulter rapidement des parties d'un livre et regarder si sa rédaction semble être satisfaisante pour vous. Si vous êtes à l'aise avec la lecture sur tablette, vous pouvez aussi choisir de travailler directement avec une version numérique.

Une fois que vous saurez travailler avec un livre, vous pourrez en acheter davantage. Mais cela ne sert à rien d'en prendre beaucoup au début, ce n'est pas ce qui vous rendra plus intelligent.

Les maisons d'édition françaises ont inondé l'enseignement secondaire de livre fourmillant de couleurs, de formes, de petites images, de personnages. Ces livres sont contre-productifs car l'abondance de gadgets distrait l'oeil et le cerveau (mais c'est plus ludique, donc plus vendeur). **Un bon livre de mathématiques est assez sobre**, et c'est pour mieux se concentrer sur ce qu'il aura à vous présenter.

Pour un bon travail de livre, il faut aussi écrire. Ecrire des preuves, des énoncés, faire des synthèses des chapitres, et travailler les exercices.

Sans cela vous développerez une culture mathématique que vous serez incapables d'appliquer.

Travail des colles

– La colle est une évaluation orale portant sur le(s) chapitre(s) précédent(s), avec questions de cours et exercices.

Elle **indique aussi une échéance** à laquelle on attend de vous **que le cours indiqué soit mémorisé et compris**.

L'heure de colle est un moment où vous êtes en petit groupe, sur du cours et des exercices, avec un enseignant qui observe tout votre travail. **C'est aussi un moment d'apprentissage dans de très bonnes conditions. Cherchez à en profiter**, et pas juste à attendre que le temps passe.

– Le cours contenu dans **le programme de colle doit être su, proprement**.

Un élément de cours (définition, résultat, méthode) que vous ne connaissez pas de façon rigoureuse, c'est une question à laquelle vous êtes automatiquement incapable de répondre proprement. Et vous ne pouvez de même pas réussir les exercices portant sur la notion.

– La colle ne dure qu'une heure. Les oraux de concours sont eux aussi en temps limité.

On attend de vous d'être dynamique.

Il faut que l'heure passée en colle soit une heure où **vous êtes actifs** (pour restituer le cours, présenter le cours, essayer de résoudre les exercices, effectuer les calculs, présenter votre réponse).

Si en une heure vous répondez à une petite question de cours et vous traitez 2 questions d'un exercice, ce n'est pas satisfaisant. Essayez de réfléchir au rythme que vous avez eu durant l'heure, afin d'être plus efficace la prochaine fois.

Pour avancer efficacement sur les questions de cours, le travail du cours est important. (cf. plus haut)

Pour avancer efficacement sur les exercices, la mise sous forme mathématique et la boîte à outils mentale sont importantes. (cf. plus bas)

– La colle est aussi là pour **travailler l'expression orale**.

N'hésitez pas à prendre l'initiative devant un colleur pour **expliquer à l'oral** vos éléments de cours ou votre raisonnement sur un exercice (en vous aidant d'éléments écrits au tableau).

La phase d'admission aux concours se fait à l'oral, il est important pour vous de travailler aussi cet aspect : prise de parole, volume sonore, rythme de parole, construction de phrases claires, contrôler sa gestuelle.

L'aisance orale est aussi une notion qui n'est pas innée et qui s'apprend. La colle vous offre de bonnes conditions pour apprendre et maîtriser cela. Ce n'est pas grave si vous n'y arrivez pas correctement au début, l'important pour vous est de progresser.

Dites-vous bien que savoir prendre la parole et **l'aisance orale sont aussi des éléments importants dans le monde professionnel** (pour contacter quelqu'un, négocier son salaire, présenter un exposé, échanger durant une réunion, . . .).

Travail des DS et DM

– Les DS (et les DM) consistent en **du travail en temps limité, sur des exercices ou des problèmes mathématiques un peu longs, qui abordent beaucoup d'éléments** contenus dans les chapitres au programme.

Une partie de ces questions sont **des questions de cours** déguisées, où on vous demande de vérifier une définition, d'utiliser proprement un théorème, d'appliquer une méthode, . . .

Le reste vous demande de **trouver des idées/raisonnements pour avancer, ou d'utiliser les questions précédentes**, afin d'obtenir un résultat plus élaboré à la fin.

Si vous allez en DS alors que vous maîtrisez mal le cours, vous ne pourrez pas répondre correctement aux questions de début d'exercice, et vous perdrez automatiquement beaucoup de points.

Le DS porte sur plusieurs chapitres, certains vus quelques semaines avant. **Il faut retravailler les anciens chapitres** avant le DS, afin de rafraîchir votre mémoire, de revenir sur des éléments mal maîtrisés,

de combler les trous de mémoire, et de renforcer la mémorisation.

Dites-vous que tout résultat contenu dans un chapitre peut être demandé lors du DS. C'est exactement la même chose lors des concours (aux écrits et aux oraux).

Les DS durent longtemps, alors il est important **d'arriver en étant reposé et bien nourri**.

Ne rognez pas sur vos heures de sommeil la veille d'un DS pour réviser, c'est contre-productif. Au contraire, prenez du temps la veille pour vous détendre et arriver avec le moins de stress et le plus d'énergie possible.

Gestion du temps

– En mathématiques les DS durent 4h. Pour traiter suffisamment de questions, il faut savoir gérer son temps.

– Pour commencer, il faut pouvoir **rester actif le plus longtemps possible**.

Sur 4h de travail, le cerveau fait beaucoup d'efforts. Si ces efforts sont mal gérés (trop intenses parfois, trop peu d'habitudes), il peut s'épuiser trop rapidement.

Etre capable de **réfléchir sans trop s'épuiser durant 4h s'apprend**. Ce n'est pas inné.

Le cerveau peut aussi se mettre à tourner au ralenti, et **vous ne verrez pas le temps passer** (les 2 dernières heures vous paraîtront durer 30 minutes, et vous n'aurez presque rien fait).

Les DS sont là pour vous entraîner à être le plus endurant possible le jour des écrits. L'important est de progresser au cours de l'année.

Pour éviter l'épuisement ou le ralentissement, **il faut s'alimenter (boire de l'eau, manger un biscuit)** au cours du DS. **Faire de petites pauses** est également très utile.

Utiliser une montre est primordial pour gérer votre temps (voir depuis combien de temps vous travaillez, combien de temps il vous reste, le temps passé sur une question).

Si au bout de 2h en continu vous n'êtes plus en mesure de raisonner correctement ne refaites pas cela, c'est inutile. Au contraire, cherchez à faire un effort fractionné.

Exemple d'organisation pour un DS :

- 1h de travail
 - 5 min de pause (eau, biscuits)
 - 1h de travail
 - 5 min de pause (eau, biscuits)
 - 1h de travail
 - 5 min de pause (eau, biscuits)
 - 45 min de travail
- Bilan : 3h45 passées à travailler sur 4h.

Pendant le DS, **indiquez sur votre sujet les questions que vous avez réussies** (ou en partie réussies). Cela vous aidera à vous repérer en cours d'épreuve.

Consultez régulièrement votre montre pour bien garder la notion du temps. On peut très rapidement passer 20 minutes sans s'en rendre compte sur un exercice quand on bloque.

Une mesure simple de votre efficacité est **le nombre de questions traité en 4h**.

Gagner en endurance/éviter de perdre du temps revient à augmenter le nombre de questions que vous pouvez traiter.

Aussi, cela vous indique combien de temps vous pouvez vous laisser sur une question avant de passer à la suite.

Exemple : Vous arrivez à traiter 20 questions en 4h. Cela fait 5 questions par heure soit 12 minutes par question. Alors, si vous bloquez sur une question (sans pouvoir avancer du tout), ne prenez pas plus de 10 minutes pour passez à la question suivante.

Un sujet de DS est long. Si vous bloquez il y aura toujours une question où vous pourrez utiliser votre temps pour avancer.

Il n'y a aucun mal à bloquer sur une question, même si c'est une question facile. Cela ne veut pas dire que vous êtes stupide, personne ne vous jugera là-dessus, et vous pouvez quand même avoir une très bonne note à la fin. Ce qui compte c'est le volume de questions que vous arriverez à traiter en 4h.

Revenez sur une question que vous avez passée seulement après être arrivé au bout du sujet.

Attention. **Le jury n'apprécie par contre pas le grapillage**, c'est-à-dire passer volontairement beaucoup de questions pour traiter en premier les questions les plus faciles de chaque exercice du sujet.

Cela se voit immédiatement, votre copie est pénible à lire, et vous passez pour quelqu'un qui veut juste truander.

Passer quand on bloque pour continuer, oui (même si on bloque sur plusieurs questions). Passer pour aller chercher toutes les questions faciles, non.

Propreté

– En DS et aux concours, vous écrivez des mathématiques pour une autre personne (le correcteur).

Il faut que votre copie soit propre et lisible.

– D'une part il faut avoir une écriture acceptable, ne faut pas écrire en pattes de mouche, écrire droit, écrire sur les lignes, ne pas écrire dans un coin de la page (mais passer à la ligne ou changer de page).

Indiquez bien le numéro de l'exercice et de la question sur chaque page, et soulignez-les.

Soulignez les résultats de vos calculs, et les éléments importants de votre réponse. Soulignez avec une règle et pas à la main. Pas besoin d'encadrer (prend bien plus de temps). N'utilisez pas de fluo (ce n'est pas beau, et cela ne passe parfois pas au scanner).

Pour chaque nouvel exercice, prenez une nouvelle page/feuille.

Si vous voulez barrer un résultat, faites un trait droit ou en diagonale à la règle. Pas de traits dans tous les sens, pas de ratures.

Si vous voulez changer une petite erreur, utilisez une souris ou un effaceur liquide.

Si certaines de vos lettres/chiffres se ressemblent beaucoup (ex : 1 et 2, 1 et 4, n et m, r et n, 1 et 7), prenez du temps à retravailler la forme de ces lettres (cahiers d'écriture, mouvement, tenue du stylo).

– D'autre part il faut que la copie soit lisible.

Le correcteur doit se contenter de lire votre réponse, et vérifier qu'elle est correcte. C'est vous qui présentez les mathématiques et lui qui vérifie. Si le correcteur doit ajouter lui-même un élément à votre réponse c'est qu'elle est incomplète ou mal rédigée.

Faites des phrases complètes quand vous rédigez vos réponses.

Définissez tous les éléments qui apparaissent, avant qu'ils apparaissent. Chaque $f(x)$, $P(X)$, a_0 , u_n, \dots doit être bien défini.

Indiquez toujours ce que vous faites. Cela ne prend que quelques mots, mais c'est important (On a, On calcule, Donc, On obtient, En dérivant on obtient, Pour $x = 0$ on a, ...).

N'oubliez pas les implications/équivalences quand vous manipulez des équations ou des inéquations.

Cherchez à ne pas faire de fautes d'orthographe. Vous n'avez que peu de mots à utiliser, alors faites un effort et n'écrivez pas de "On calcul", "On as", "Un entiers", "On a montrer", ...

C'est en cherchant à ne faire aucune faute d'orthographe que l'on apprend à ne plus en faire.

– **Une copie qui n'est pas propre va perdre des points** car le correcteur ne pourra pas lire certains passages (ou ne voudra pas, tant c'est peu soigné et mal rédigé).

De plus une partie de la note aux concours est basée sur la propreté et l'orthographe.

Faire une copie propre est le premier moyen de gagner des points sur un écrit (on évite d'en perdre bêtement).

Brouillon

– Un DS se fait avec du brouillon.

Pour faire une copie propre, il faut en parallèle du brouillon.

Pour être efficace dans les calculs, les idées/méthodes, les petits dessins pour comprendre, les écritures d'indices, il faut du brouillon.

Le brouillon sert d'espace pour écrire tout ce qui peut vous être utile lors du DS. Personne ne le relit, personne ne le note, donc aucun besoin d'écrire proprement ou droit ou sans ratures.

Il faut consacrer du temps durant le DS à écrire des choses au brouillon.

– Ne pas utiliser le brouillon revient à lancer beaucoup de calculs au propre et à devoir beaucoup barrer. Le rendu est moche, et vous perdez du temps à tout écrire au propre directement.

Aussi, ne pas utiliser de brouillon vous oblige à utiliser uniquement la mémoire vive de votre cerveau pour retenir des données (coefficients de polynômes, expressions de fonctions, limites, changements de variables, développements).

La mémoire vive cérébrale est très limitée, et quand elle est presque pleine elle n'est pas forcément très fiable (vouloir mémoriser un nouvel élément va en faire oublier un ancien). Le papier peut stocker énormément d'informations et rien n'est oublié, ce qui est écrit reste écrit.

Exemple : Essayez de calculer mentalement 5781×4951 ou $(8X^3 - 2X + 1) \times (4X^2 + X + 1)$ (d'arriver au bout du calcul, et de ne pas vous tromper). Maintenant refaites la multiplication en utilisant du brouillon. Dans le second cas vous prenez du temps pour écrire mais vous allez bien plus vite, votre probabilité d'erreur est faible, et vous pouvez vous relire pour vérifier vos calculs.

– Utiliser trop de brouillon, surtout pour rédiger, fait perdre du temps.

Le brouillon est là pour aider aux calculs et à la rédaction. **En mathématiques il n'est pas là pour écrire un premier jet du propre, avant de le réécrire sur la copie.**

Comprenez bien que si vous écrivez 1 page entière de propre pour la réécrire ensuite sur votre copie, vous avez à peu près perdu le temps pour recopier cette page.

Vous n'avez pas e beaucoup besoin de brouillon au collège et au lycée car les questions demandées étaient assez simples et courtes pour les traiter de tête ou sur la copie (sans de trop se tromper).

Le niveau de difficulté en sciences dans le secondaire français actuel est très faible. Une longue suite de réformes a causé à énormément de nivellement par le bas et à une destruction de beaucoup de mécanismes de progression/réussite/élévation intellectuelle.

Le supérieur a lui aussi subi cela, mais bien moins. Le contenu des chapitres mathématiques fondamentaux n'a, lui, pas bien changé. Cela cause un gouffre de difficulté entre la terminale et le supérieur, et ce gouffre fait que **l'on doit aborder sérieusement les questions mathématiques en CPGE.**

Le temps où on peut venir en examen les mains dans les poches, presque tout comprendre du sujet, et répondre à la volée aux questions est fini. **Il faut utiliser du brouillon pour être efficace sur un DS.**

Compréhension des questions

– Pour réfléchir à une question, il faut d'abord la comprendre.

Cela passe par **une connaissance du cours** (définition des objets et des termes indiqués), et par **une réécriture sous forme mathématique.**

En français, on peut désigner quelque choses avec beaucoup de tournures de phrases différentes. Alors qu'en mathématiques l'écriture mathématique n'a pas de tournures/métaphores/inversions. C'est pourquoi une question écrite en français peut paraître difficile à comprendre (voir ce que l'on demande exactement, comment y arriver) là où la forme mathématique paraîtra plus claire.

Exemple : Si $f : I \rightarrow J$ et $g : J \rightarrow \mathbb{R}$ sont des fonctions croissantes, montrer que $f \circ g$ est croissante.

Pour cela, il faut mettre sous forme mathématique la propriété "être croissant" : $\forall x, y \in I$ avec $x \leq y$, on

a $f(x) \leq f(y)$. Avec la forme mathématique, on peut alors combiner les informations "f est croissante" et "g est croissante" pour obtenir le résultat.

Lecture du sujet

– En début d'épreuve, lisez tout le sujet.

Cela vous permet d'identifier pour chaque exercice/partie les objets que vous devrez manipuler et les chapitres dont vous aurez besoin.

De plus, en observant toutes les questions d'un même exercice vous pouvez **identifier quels résultats semblent être importants, voir quel est le but de l'exercice** (ce que l'on obtient à la fin), ou bien trouver rapidement l'idée pour l'une des questions. **Ces éléments vont vous guider** lorsque vous commencerez l'exercice, et vous trouverez plus rapidement et plus facilement les idées/résultats à avoir pour répondre aux questions.

Vous pouvez aussi **identifier le contenu des dernières parties du sujet**. Si les dernières parties vous semblent plus abordables, vous saurez directement qu'il faudra les traiter (quitte à sauter toute une partie qui paraît moins abordable).

La lecture de toute le sujet prend 5 minutes, mais vous permet de vous guider pendant toute l'épreuve. Vous obtenez des informations sur le contexte des exercices, sur les notions qui seront utilisées, ce qui aide à trouver les réponses aux questions.

Parfois, vous aurez une idée pour une question rien qu'en lisant tout l'exercice.

Ces 5 minutes de lecture de sujet sont toujours très rentables.

Questions qui s'enchaînent

– Dans des exercices longs et des problèmes, **beaucoup de questions s'enchaînent**.

C'est-à-dire que des questions se résolvent presque uniquement en utilisant des résultats donnés aux questions précédentes.

Dans ces questions, une fois que l'on sait quel résultat utiliser, la réponse arrive assez rapidement.

L'expression "En déduire que" vous indique directement que la question s'obtient avec les résultats précédents.

Mais **toutes les questions qui s'enchaînent ne sont pas indiquées avec un "En déduire que"**, c'est aussi à vous de vous demander si les résultats des questions précédentes peuvent vous servir ou non.

Lorsque vous lisez un exercice et que vous arrivez à une nouvelle question, **n'oubliez pas de vous demander si la réponse ne s'obtient pas grâce aux questions précédentes**.

Si vous repérez des questions qui s'enchaînent en lisant le sujet vous pourrez rapidement les réussir par la suite, ce sont des points facilement gagnés.

Boîte à outils mentale

– Pour répondre à une question en mathématiques **il faut utiliser des résultats de cours, des raisonnements, ou des idées**.

Sur un exercice donné, **seuls quelques idées/raisonnements fonctionneront**, le reste ne permettra pas d'obtenir la solution.

Une première (et grande difficulté) est de déterminer quel idée/raisonnement essayer. Sinon, on reste "bloqué" face à la question, sans savoir quoi faire pour avancer.

L'énoncé de l'exercice (toutes ses questions), la résolution des questions précédentes, et le test sur des exemples simples sont assez utiles pour trouver un résultat/raisonnement à appliquer.

Mais parfois on reste quand même bloqué, sur un exercice nouveau ou sur un exercice avec une seule question par exemple.

La boîte à outils mentale est une façon de ne pas rester bloqué sur une question.

Principe : Structurer les propositions/théorèmes/méthodes comme les outils d'une boîte à outils.

- Ranger les propositions/théorèmes/méthodes par chapitre, comme on range les outils par compartiment.
Avoir un compartiment pour toutes les techniques de raisonnement (récurrence, absurde, double-implication, double-inclusion, disjonction de cas).
Avoir quelques compartiments fourre-tout pour des méthodes qui servent un peu partout (identités remarquables, sommes particulières, télescopage, $+1 - 1$, $\times a/a$, ...).
- Devant une question donnée, ouvrir la boîte à outils.
Selon le chapitre lié à la question, ouvrir le compartiment associé.
En fonction des éléments de la question (hypothèses dans la situation de départ, résultat attendu), trier les éléments du compartiment pour se concentrer sur ceux qui s'en rapprochent le plus.
Tester un à un les éléments pour voir si l'un d'eux convient : si on peut l'utiliser et si son utilisation apporte de nouvelles informations qui permettent d'avancer.
Sinon, ouvrir le compartiment des techniques de raisonnement et voir si une technique convient.
Sinon, ouvrir le compartiment fourre-tout et voir si une idée/technique convient.
Autrement dit, on se restreint aux outils qui semblent les plus adaptés, et on les essaie un à un pour en trouver un qui fonctionne.
- Une fois que l'on a trouvé une idée/technique/résultat qui convient, on l'utilise pour progresser.
Et, si la réponse n'a pas été obtenue, on recommence le procédé en prenant en compte l'information que l'on vient d'obtenir.

La boîte à outils mentale repose sur un **rangement très clair, personnel, et structuré de tous les résultats et méthodes du cours**. Ce rangement est **en lien avec le travail du cours** que j'ai mentionné.

Puis **on procède par élimination** pour retirer tout ce qui ne conviendra pas, afin de laisser une petite liste de résultats/méthodes qui pourraient servir.

Et enfin **on teste un à un les résultats/méthodes** que l'on a gardés.

Mécaniquement, **un outil finit par donner quelque chose**.

C'est parce que cette méthode suit une procédure claire et simple qu'elle est efficace. Au lieu de bloquer en cherchant une idée nulle part, on peut ouvrir la boîte à outils mentale, trier les outils qui semblent utiles, et les essayer un à un.

Même si cela peut prendre du temps, même si on testera beaucoup de choses qui ne fonctionnent pas, **le cerveau est en activité et fait des mathématiques. Il n'est pas "bloqué"** à réfléchir dans le vide.

Et **plus on utilise sa boîte à outils, plus on est efficace** quand on la réutilise. Au fur et à mesure on arrive à éliminer plus de résultats/méthodes, on arrive à tester plus rapidement. **Cela développe l'intuition mathématique.**

Ce principe est utile et **efficace pour tout type de questions** (exercice, DS, DM, colle, oraux).

A l'oral, cela est très avantageux. Vous restez actif tout du long, et vous pouvez expliquer à votre examinateur ce que vous êtes en train de faire : "J'ai essayé d'appliquer . . . , mais cela ne m'a pas avancé. En raisonnant par l'absurde j'ai obtenu cette condition, mais je n'ai pas su l'utiliser. Vu que l'on a . . . , je vais essayer . . . "

Cela montre que vous connaissez des éléments de votre cours, et que vous êtes actifs. L'examinateur aura plus envie de vous tendre une perche pour vous aider, et vous serez dans une meilleure position pour utiliser la perche tendue.