Feuille de TP n° 1 - Démarrage

Exercice 1.

1. Calculer les expressions suivantes : `4*5/2` ; `5/3*6` ; `60/3/2` ; `12/3*5/2` ; `12/(3*5)/2`.
   La multiplication est-elle prioritaire sur la division ?
   Les parenthèses dans les expressions Python ont la plus haute priorité d'évaluation. Leur utilisation permet d'éviter les ambiguïtés d'écriture, sources d'erreurs.
2. Tester, sur des nombres entiers, les opérateurs // et %. Quelles opérations réalisent-ils ?
3. L'opérateur d'élévation à la puissance (entière ou fractionnaire) s'écrit ** en Python.
   Tester cet opérateur en calculant le carré, le cube et la racine carrée de deux.
   Les règles de priorité d'évaluation des expressions Python sont, par ordre de priorité décroissante : **( )** > ****** > *** / // %** > **+ -**

Exercice 2. Dans les expressions suivantes, prévoir le type et le résultat. Puis vérifier avec Python au moindre doute.

1. $2**3.0+4$
2. $(2>=3)$ `or` $(2**4*5**2//20==20)$
3. `True or` $(4>3$ `and` $3>4)$
4. (5%3)*5
5. `(not False )and False`
6. `int`$(8.6)+2$, `int`$(-3.4)+1$
   Que fait la fonction `int` ?
7. `float`$(2)**3$
   Que fait la fonction `float` ?

Exercice 3.
1. Créer une liste L qui contient 3, $3==2$ et "*chat*".
2. Ajouter 2.1 à cette liste.
3. Poser $L2=L*3$. Qu'obtient-on ?
4. Exécuter $L2[0]=1$. Est-ce que cela affecte la liste L ?
5. Créer une liste $L3$ qui contient les éléments de $L2$ de la position 1 à la position 5.
6. Créer un tuple t à partir de $L3$.
7. Exécuter $t[0]=2$. Que se passe-t-il ?
8. On pose $n=153$. Convertir n en chaîne de caractères c. Convertir la chaîne de caractères c en une liste $L4$.
9. Concaténer $L3$ et $L4$ en une nouvelle liste $L5$. Exécuter $L5[1]=4$. Cela affecte-t-il la liste $L3$?
10. Créer une liste $L6$ contenant les listes $L, L2, L3, L4, L5$. Que valent $L6[2]$ et $L6[1][2]$? Quelle est la taille de $L6$?

Exercice 4. Les fonctions mathématiques plus élaborées font partie d'une librairie (la librairie `math`), qu'il faut d'abord importer.

1. Importer la librairie `math` avec `import math`, et afficher π avec `math.pi`.
2. Réinitialiser le shell (Ctrl+K ou ⟳). L'instruction `math.pi` fonctionne-t-elle ?
3. Tester : `from math import pi`. L'instruction math.pi fonctionne t-elle ? Qu'en est-il pour `pi` ?
4. Redémarrer le shell puis tester avec `from math import *`.

Exercice 5.

1. Dans un premier temps, toujours sauvegarder le nouveau script que vous utilisez, afin de le conserver (un fichier par TP).
2. Votre code doit être propre. Il faut le segmenter et de le documenter, autant avec des noms de variables/algorithmes adaptés qu'avec des commentaires. Segmentez votre fichier pour chaque exercice (soit avec ##, soit avec les options de séparation).
   Il est possible d'interpréter seulement le code contenu entre deux symboles ## avec la commande Ctrl+Return.
3. Sur une ligne, tout le texte qui suit le symbole # est en commentaire (non exécuté par Python). Il faut commenter ce que l'on veut faire, ce que représente tel objet/tel algorithme, ce que fait telle boucle/telle opération.

Exercice 6.

1. Écrire un premier programme affichant le message "Hello World" . Attention, le texte doit être saisi entre guillemets "Hello World" ou 'Hello World'.
2. Avec le module `math` et la commande `import math as mp`, tester `math.cos(pi)`, `mp.tan(1)`.
3. Ecrire un programme affichant π^2 sous forme décimale au sein d'une phrase mentionnant qu'il s'agit d'un nombre irrationnel.

Exercice 7. Soient a, b deux quantités (par ex. $a=6$ et $b=1$). Comment faire en Python pour échanger la valeur de a et b ? (par ex. $a=1$ et $b=6$)

Exercice 8.

1. Écrire des expressions booléennes exprimant le fait que les quantités qui suivent sont positives. Vérifier avec Python si elles s'évaluent en True ou False. N'oubliez pas d'importer ce dont vous avez besoin du module `math`.

   a. $\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+1}}}-\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

   b. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\sqrt{\mathrm{e}}}{\pi}$.

2. Déterminer une expressions booléenne dépendant des variables a, b, c et d exprimant le fait que a est supérieure ou égale à b, c et d. Tester éventuellement en affectant préalablement des valeurs aux variables.

Exercice 9.

1. Pour la boucle `for i in range(n,m)`, quelles sont les valeurs prises par la variable locale i ?
2. Créer une fonction `Somme1` qui prend en entrée un entier n et qui renvoie $\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\ldots+\frac{1}{n^2}$.
   On utilisera une boucle `for`.
3. Vérifier expérimentalement (en prenant un "grand" nombre de termes comme 1000 ou 10000) que $\frac{\pi^2}{6}\sim\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\ldots+\frac{1}{n^2}$.
4. Ecrire une fonction `Approx1` qui prend en entrée un réel `eps` strictement positif et qui renvoie la première valeur de n telle que $|\frac{\pi^2}{6}-(1+\frac{1}{2^2}+\ldots+\frac{1}{n^2}|<eps$.
   On utilisera une boucle `while`.
5. De la même façon, écrire des fonctions `Somme2` et `Approx2` pour mettre en évidence que $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots+\frac{(-1)^n}{n+1}\to_{n\to+\infty}\ln(2)$.
   Le logarithme népérien est `log`, dans le module `math`.
6. Ecrire une fonction `Somme3` qui calcule $\frac{1}{1\times3}+\frac{1}{5\times7}+\frac{1}{9\times11}+\ldots+\frac{1}{(4n+1)\times(4n+3)}$.
   Cette somme semble-t-elle converger vers un nombre réel quand $n\to+\infty$?
7. Pour la boucle `for i in range(n,m,p)`, quelles sont les valeurs prises par la variable locale i ?
8. Ecrire une fonction `Somme4` qui prend en entrée n et qui renvoie $\sum_{k=0,\text{k pair}}^{n}\binom{n}{k}$.
   On pourra créer une fonction `Fact` qui prend en entrée n et renvoie $n!$.

Exercice 10. Ecrire un fonction `RacinesDeg2` qui détermine les racines d'un polynôme P de degré 2 (de discriminant positif ou nul) en fonction de ses coefficients a, b, c. On choisira le type de l'objet en entrée qui représentera le polynôme P ou ses coefficients.

Exercice 11. Soit $u_0\in\mathbb{N}$.

On construit la suite $(u_n)_n$ par $u_{n+1}=\begin{cases} u_n/2 & \text{si } u_n \text{ est pair.}\\ 3u_n+1 & \text{sinon.}\end{cases}$.

La Conjecture de Syracuse est : "Pour tout $u_0\in\mathbb{N}$, la suite $(u_n)_n$ finit par prendre la valeur 1."

1. Ecrire cette conjecture sous forme mathématique.
2. Ecrire un algorithme `testSyr(m)` qui prend en entrée un entier m et qui vérifie expérimentalement que la suite $(u_n)_n$ avec $u_0=m$ vérifie la conjecture de Syracuse (renvoyer True si c'est vrai, False sinon). On utilisera une boucle `while`.
3. Ecrire un algorithme `Test2Syr(n)` qui prend en entrée un entier m et qui vérifie que toutes les suites $(u_n)_n$ avec $u_0\leq n$ valident la conjecture de Syracuse.
4. Ecrire un algorithme `Syr(m)` qui renvoie toutes les valeurs prises par la suite $(u_n)_n$, avec $u_0=m$, jusqu'à ce qu'elle atteigne la valeur 1.

Exercice 12.

1. Pour $M=\begin{pmatrix}2&1&2\\0&-1&3\\1&0&0\end{pmatrix}$, écrire M en Python sous la forme d'une liste de listes L. Chaque sous-liste représente les lignes de M.
   Pour i,j entiers, qui est le nombre $L[i][j]$?
2. Soient M,N deux matrices $n\times n$, écrites sous forme de liste de listes.
   Ecrire un algorithme qui prend entrée M et N (sous forme de liste de listes) et qui renvoie en sortie P le produit des matrices $M\times N$.

Exercice 13.

1. Pour x un nombre réel et $n\in\mathbb{N}$, trouver une fonction mathématique qui permet d'obtenir les n premières décimales de x (pour $x=\pi$ et $n=0$ on voudra 3, pour $n=1$ on voudra $3,1$, pour $n=2$ on voudra $3,14$, ...).
   On s'aidera d'une fonction qui permet de supprimer la partie décimale.
2. Créer une fonction `Appox` qui prend en entrée x et n et qui renvoie en sortie les n premières décimales de x.
   Afficher les 6 premières décimales de π^2.
3. Soit $\Omega=(X,Y)$ un point du plan, $r>0$ et $A=(x_A,y_A)$ un autre point. Déterminer une équation/inéduation mathématique en fonction des variables `X`, `Y`, `xA`, `yA` et `r` permettant de tester si le point `A` est strictement à l'intérieur du cercle de centre Ω et de rayon `r`.
4. Ecrire une fonction `IntCercle` qui prend en entrée les points Ω et A et le réel r, et qui renvoie un booléen qui vaut `True` si A est à l'intérieur du cercle de centre Ω et de rayon r.
5. Tester votre fonction avec les valeurs suivantes. **a.** $\Omega=(0,0)$, $r=2$, $A=(1,1.5)$ **b.** $\Omega=(1,3)$, $r=4$, $A=(5,2)$.