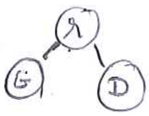
CONSÉCUTIVITÉ DES NOEUDS DANS UN ABR

Pté " Dans un ABR, les étiquettes des noeuds d'un sous-arbre sont consécutives "

> Plus précisement dans un ABR A, si on considère un sous-arbre A' dont l'étiquette minimale est k et l'étiquette maximale est k', alors tous les noeuds de A dont l'étiquette est entre a et b se trouvent dans A'.

Preuve On le montre par induction sur A. ↳ Si A = ∅ ok

↳ Si A est réduit à une feuille, le seul sous arbre est lui même, et contient alors tous les noeuds de l'arbre.

↳ Si A =  où la propriété est vérifiée pour D et G

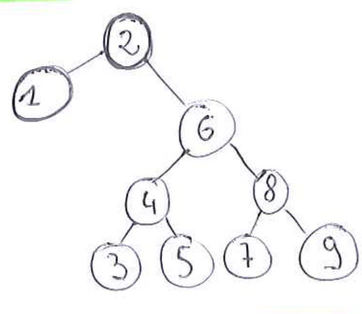
Considérons B un sous arbre de A.

→ Si B = A il n'y a rien à vérifier puisque B contient tous les noeuds de A.

→ Si B est un sous arbre de G. Notons a son étiquette minimale et b son étiquette maximale.
Puisque l'on a affaire à un ABR on a $b < r$.
La racine et les noeuds de D, qui ont une étiquette $\geq r$ ne peuvent être étiquetés entre a et b. Pour les noeuds de G on utilise l'HR, ainsi on est assurés que les seuls dont l'étiquette est entre a et b sont ceux de B.

→ Idem si B est un sous-arbre de D : on utilise l'HR pour les nds de D, les nds de G et la racine ne posent pas pb grâce à la structure d'ABR.

ex

A = 

les noeuds de	‹6› sont	3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
	‹8›	7, 8, 9
	‹2›	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
	‹4›	3, 4, 5
	‹3›	3

Une autre preuve consiste à dire que c'est clair que les nds du sous arbre droit sont étiquetés par $k_1 — k_{l-1}$ et ceux du sous-arbre gauche par $k_{l+1} — k_n$ ~~où~~ la racine est étiqueté par k_l, puis dire que les sous arbres droits et gauche d'1 ABR sont eux même des ABR ...