# DÉCIDER si $\varepsilon \in L_G(S)$

AuJ(94) p 83.

Soit $G : (\Sigma, \Gamma, R)$ une grammaire algébrique.

On pose $\underline{W_0} = \{X \in \Gamma \mid (X \to \varepsilon) \in R\}$

$\underline{W_{n+1}} = W_n \cup \{X \in \Gamma \mid \exists\, \omega \in (W_n)^* \text{ tq } (X \to \omega) \in R\}$

$\underline{W} = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} W_n$

**Pté** 1. $W = \{S \in \Gamma \mid \varepsilon \in L_G(S)\}$ l'ens. des terminaux se dérivant en $\varepsilon$.

2. $(W_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est stationnaire à partir d'un certain rang.

→ **Cor** On peut calculer si $\varepsilon \in L_G(S)$

« L'APPARTENANCE DU MOT VIDE AU LANGAGE ENGENDRÉ PAR UN NON TERMINAL EST DÉCIDABLE »

rⁿ preuve (par double inclusion pour 1)
(arg. de majora° de $(W_n)$ par $\Gamma$ fini pour 2).

ex

$G_p = S_0 \to S_1 S_2 \mid S_3 S_4 \mid S_5$
$S_1 \to S_1 S_1 \mid S_4$
$S_2 \to a S_2 \mid S_3$
$S_3 \to S_2 \mid S_4 \mid S_5\, a\, S_3$
$S_4 \to c S_4 \mid \varepsilon$
$S_5 \to S_4 \mid b$

$W_0 = \{S_4\}$ car $S_4 \to \varepsilon$

$W_1 = \{S_4, S_5, S_3, S_1\}$ car $S_3 \to S_4$ et $S_5 \to S_4$ et $S_1 \to S_4$

$W_2 = \{S_4, S_5, S_3, S_0, S_2, S_1\}$ car $S_0 \to S_5$, $S_2 \to S_3$
$= \Gamma$

Donc $\underline{W = \Gamma}$. Toutes les variables sont susceptibles d'engendrer $\varepsilon$.

$\tilde{G}_p = S_0 \to S_1 S_2 \mid S_1 \mid S_2 \mid S_3 S_4 \mid S_3 \mid S_4 \mid S_5$
$S_1 \to S_1 S_1 \mid S_1 \mid S_4$
$S_2 \to a S_2 \mid a \mid S_3$
$S_3 \to S_2 \mid S_4 \mid S_5\, a\, S_3 \mid a S_3 \mid S_5\, a \mid a$
$S_4 \to c S_4 \mid c$
$S_5 \to S_4 \mid b$

grammaire « propre »

obtenue à partir de $G_p$ en « supprimant » les règles de la forme $X \to \varepsilon$