"SUIVANT"

Legendre / Schwarzentruber p 69.

Soit $G = (\Sigma, \Gamma, R, S)$ une grammaire algébrique fixée.

Idée Dans l'analyse LL_1 d'un texte t selon G on cherche à dériver S en t en s'autorisant à chaque étape de regarder la $1^{ère}$ lettre du texte courant pour décider quelle règle appliquer.
Si l'on autorise dans la grammaire des règles du type $X \to \varepsilon$ il faut pouvoir décider si on les applique ou non. C'est là qu'intervient suivant : si t_1 (la $1^{ère}$ lettre du texte courant) peut suivre la variable courante (X) (i.e si $t_1 \in$ suivant(X)), on peut choisir cette règle.

Déf Pour $X \in \Gamma$ on définit

$s'(X) = \{a \in \Sigma \mid \exists (\gamma, \delta) \in (\Sigma \cup \Gamma)^*,\ S \to^* \gamma X a \delta\}$

$$\boxed{s(X) = \underline{\text{suivant}(X)} = \begin{cases} s'(X) & \text{si } S \not\to^* \gamma X \quad \text{pour } \gamma \in (\Gamma \cup \Sigma)^* \\ s'(X) \cup \{⚑\} & \text{sinon} \end{cases}}$$

où ⚑ est un symbole non déjà présent dans $\Sigma \cup \Gamma$

Moralem^t suivant(X) est l'ensemble des terminaux qui peuvent suivre X dans une dérivation, à ceci près qu'on considère qu'en dernière position d'un mot, X est suivi de ⚑, qu'on verra comme un symbole de fin de mot / texte...

NB : ⚑ $\in$ suivant(S).

ex

G : $S \to (S)$
$S \to \varepsilon$

suivant$(S) = \{⚑,)\}$
premier$((S)) = \{(\}$
$\gg$ pas de conflits

G : $S \to (S())$
$S \to \varepsilon$

suivant$(S) = \{⚑, (\}$
premier$(S) = \{(\}$
$\gg$ conflit !

G : $S \to TU$
$U \to aaa \mid ccc \mid bNU$
$T \to \varepsilon$
$N \to U \mid Na$

suivant$(S) = \{⚑\}$
suivant$(U) = \{⚑\}$
suivant$(T) =$ suivant(N)
$=$ premier(U)
$= \{a, b, c\}$

premier$(TU) =$ premier(U)
premier$(aaa) = \{a\}$
premier$(ccc) = \{c\}$

$\gg$ conflit !

~~suivant (N) = ∅ car N n'apparaît dans ... de~~

On considère les propriétés suivantes sur une partie T de $\underbrace{\Gamma \times (\Sigma \cup \{\dashv\})}_{F}$

où l'on note $t = \left(\begin{array}{l} \Gamma \to \mathcal{P}(\Sigma \cup \{\dashv\}) \\ X \mapsto \{a \mid (X, a) \in T\} \end{array} \right)$

$\Diamond_1$ $(S, \dashv) \in T$

$\Diamond_2$ Si X est accessible depuis S (ie X apparaît dans $\widehat{L_G(S)}$)
et si $X \to \gamma Y$ où $\gamma \in (\Sigma \cup \Gamma)^*$, alors $t(X) \subset t(Y)$

$\Diamond_3$ Si X est accessible depuis S
et si $X \to \gamma Y \delta$ où $(\gamma, \delta) \in (\Sigma \cup \Gamma)^{*2}$ et $\alpha \notin$ premier(δ)
alors premier$(\delta) \subset t(Y)$

$\Diamond_4$ Si X est accessible depuis S
et si $X \to \gamma Y \delta$ où $(\gamma, \delta) \in (\Sigma \cup \Gamma)^{*2}$ et $\alpha \in$ premier(δ)
alors premier$(\delta) \setminus \{\alpha\} \cup t(X) \subset t(Y)$

$\Diamond = \Diamond_1 \wedge \Diamond_2 \wedge \Diamond_3 \wedge \Diamond_4$

lemme . Toutes ces propriétés sont stables par intersection
. L'ensemble total $\Gamma \times (\Sigma \cup \{\dashv\})$ vérifie $\Diamond$

↳ On peut parler de T_0 la plus petite partie de F vérifiant $\Diamond$

Pté . La partie $\mathcal{S}$ associée à suivant c-à-d définie comme
$\mathcal{S} = \{(X, a) \mid X \in \Gamma$ et $a \in$ suivant$(X)\}$ vérifie $\Diamond$

↳ $T_0 \subset \mathcal{S}$

. $\mathcal{S} \subset T_0$

↳ $\boxed{T_0 = \mathcal{S}}$

Les démonstrations sont analogues à celles faites pour premier.

Déf On définit par récurrence les fonctions s_n de Γ vers $\mathcal{P}(\Sigma \cup \{\dashv\})$ par

$$s_0(X) = \begin{cases} \{\dashv\} & \text{si } X = S \\ \emptyset & \text{sinon} \end{cases}$$

$$s_{n+1}(Y) = s_n(Y) \cup \bigcup_{\substack{X \text{ accessible} \\ X \to \gamma Y}} s_m(X) \cup \bigcup_{\substack{X \text{ acc} \\ X \to \gamma Y \delta \\ \varepsilon \notin \text{premier}(\delta)}} \text{premier}(\delta) \cup \bigcup_{\substack{X \text{ acc} \\ X \to \gamma Y \delta \\ \varepsilon \in \text{premier}(\delta)}} \text{premier}(\delta) \setminus \{\varepsilon\} \cup s_m(X)$$

On pose alors $s_* = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} s_n$

Pté $s_* = \text{suivant}$

$\hookrightarrow$ Il existe un rang $n_0 \in \mathbb{N}$ tel que pour tout $X \in \Gamma$ $s_{n_0}(X) = s_{n_0+1}(X)$ et alors on a $\text{suivant}(X) = s_{n_0}(X)$.

Preuve analogue à celle pour premier.

⚠ Il faut avoir calculer premier avant.
Il faut aussi avoir au préalable calculer les sommets accessibles depuis S : Cf DÉCIDER SI T APPARAÎT DANS $\widehat{L_G(S)}$

Rq Les variables non accessibles auront un ensemble suivant vide, à la différence des variables accessibles qui ne sont suivies par rien, qui auront $\dashv$ dans leur suivant.

esc

$G = S \to Sa$
$\quad\;\; S \to \varepsilon$

$\Gamma = \{S\}$ et S est accessible.

$p(\varepsilon) = \{\dashv\}$
$p(a) = \{a\}$
$p(S) = \{a, \dashv\}$
$p(Sa) = \{a\}$

$s_0(S) = \{\dashv\}$

La seule règle où S apparaît dans un membre droit est $S \to Sa$.
S est accessible et $\dashv \notin p(a)$ donc

$s_1(S) = s_0(S) \cup p(a)$
$\qquad = \{\dashv, a\}$.

$s_2(S) = s_1(S) \cup p(a)$
$\qquad = s_1(S)$.

D'où suivant $(S) = \{\dashv, a\}$.