INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES RENNES

Centre de Mathématiques

Année universitaire 2015–2016
2ème année **Mathématiques**
Contrôle continu 1, 9/10/15
Groupe G
Nom :

Exercice 1 On considère le système $\left\{\begin{array}{ll} 2x+3y-z+t & =2 \\ 2x+3y+z & =4 \\ 2x+3y+2z & =3 \\ 2x+3y & =a \end{array}\right.$ où a est un réel donné.

Donner l'ensemble des solutions du système lorsque $a=5$ puis $a=4$.

Exercice 2 Soient $(a_n)_{n\geq 0}$ une suite réelle.

1. Soit $n \in \mathbb{N}$. Simplifier $\sum_{k=1}^{n} \big(a_k - a_{k-1}\big)$.

2. On suppose dans cette question qu'il existe des constantes $r \in [0,1[$ et $C > 0$ telles que : $\forall n \geq 1,\ a_n - a_{n-1} \leq C\, r^n$. Démontrer que $(a_n)_n$ est majorée. Donner un majorant en fonction des nombres a_0, C et r.

3. On suppose dans cette question que : $\forall n \geq 1,\ n-1 \leq a_n - a_{n-1} \leq n$. Démontrer que la suite $(a_n/n^2)_n$ converge vers une limite finie que l'on précisera.

4. On suppose dans cette question qu'il existe une suite réelle $(b_n)_{n\geq 0}$ admettant une limite strictement positive telle que : $\forall n \geq 1,\ a_n - a_{n-1} \geq b_n$. Démontrer que $\lim_n a_n = +\infty$.