

Colles de la semaine du 20 au 24 novembre 2017

Cours 1. Soient I un intervalle réel et $a : I \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue sur I . Décrire l'ensemble \mathcal{S}_H des solutions de l'équation différentielle (H) $y' + a(x)y = 0$ sur I .

Cours 2. Soient I un intervalle réel et $a : I \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue sur l'intervalle I . Soient $x_0 \in I$ et $y_0 \in \mathbb{R}$. Résoudre le problème de Cauchy

$$\begin{cases} y' + a(x)y = 0 \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

Cours 3. Soient I un intervalle et a, b deux fonctions continues sur l'intervalle I à valeurs dans \mathbb{R} . Décrire l'ensemble \mathcal{S}_E des solutions de l'équation différentielle (E) $y' + a(x)y = b(x)$.

Cours 4. Soient I un intervalle réel et $a, b : I \rightarrow \mathbb{R}$ des fonctions continues sur l'intervalle I . Soient $x_0 \in I$ et $y_0 \in \mathbb{R}$. Résoudre le problème de Cauchy

$$\begin{cases} y' + a(x)y = b(x) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

Exercice 1. Soient a et b deux fonctions continues et T -périodiques de \mathbb{R} dans \mathbb{R} . L'équation différentielle (E) $y' + ay = b$ a-t-elle des solutions T -périodiques? On commencera par montrer qu'une solution y de (E) est T -périodique si, et seulement si, $y(0) = y(T)$.

Exercice 2. Résoudre sur \mathbb{R} l'équation différentielle $y' + \frac{1}{2x^2 + x + 1}y = 0$.

Exercice 3. Résoudre sur \mathbb{R} l'équation différentielle (E) $\operatorname{ch}(x)y' - \operatorname{sh}(x)y = \operatorname{sh}^3 x$.

Exercice 4. Déterminer une primitive de $x \mapsto 3^{\sqrt{2x+1}}$.

Exercice 5. Déterminer les fonctions $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ dérivables telles que

$$\forall x \in [0, 1], \quad f'(x) + f(x) + \int_0^1 f(t)dt = 0.$$

Exercice 6. Résoudre sur $] -1, 1[$ l'équation $\sqrt{1-x^2}y' - y^2 - 1 = 0$.