David Michel
david.michel@ens-rennes.fr
perso.eleves.ens-rennes.fr/people/David.Michel

ECE 1
Lycée Saint-Vincent
2016-2017

TP8 : Représentation graphique 1 – Instruction plot()

Instruction plot()

On se donne deux vecteurs ligne $X = \begin{pmatrix} x_1 & \dots & x_n \end{pmatrix}$ et $Y = \begin{pmatrix} y_1 & \dots & y_n \end{pmatrix}$. Pour chaque $i \in [\![1, n]\!]$, on note A_i le point de coordonnées (x_i, y_i).

L'instruction **plot(X,Y)** ouvre une fenêtre graphique et trace la ligne brisée qui joint les points $A_1, \dots, A_n$.

Si on a deux autres vecteurs $Z = \begin{pmatrix} z_1 & \dots & z_m \end{pmatrix}$ et $T = \begin{pmatrix} t_1 & \dots & t_m \end{pmatrix}$, en notant B_i le point de coordonnées (z_i, t_i), l'instruction **plot(X,Y,Z,T)** affiche les deux lignes brisées reliant d'une part les points $A_1, \dots, A_n$ et d'autre part les points $B_1, \dots, B_m$.

On peut ajouter ainsi autant de couples de vecteurs ligne qu'on veut.

Si f est une fonction de la variable réelle définie sur un intervalle $[a, b]$, si $X = \begin{pmatrix} x_1 & \dots & x_n \end{pmatrix}$ est une subdivision assez fine de l'intervalle $[a, b]$, en notant $Y = \begin{pmatrix} f(x_1) & \dots & f(x_n) \end{pmatrix}$, on dira que **plot(X,Y)** est une représentation graphique de f sur $[a, b]$.

Les instructions **clf()** et **scf()** permettent respectivement de fermer toutes les fenêtres graphiques et d'ouvrir une nouvelle fenêtre graphique. Les instructions **clf(k)** et **scf(k)** permettent respectivement de ferme la fenêtre graphique n°k et d'ouvrir la fenêtre graphique n°k.

$\boxed{\text{Q.1}}$ Déterminer l'effet des instructions suivantes :

```
X=linspace(-%pi,%pi,10)
Y=linspace(0,10,100)
Z=-%pi:(2*%pi/9):%pi
T=0:(10/99):10
```

On retiendra que si a et b sont deux réels et n un entier, en posant $h = \dfrac{b-a}{n-1}$, l'instruction **linspace(a,b,n)** renvoie le vecteur ligne de taille n suivant :

$$[a, a+h, a+2h, \dots, a+(n-2)h, b].$$

Les instructions **linspace(a,b,n)** et **a :(b-a)/(n-1) :b** sont donc équivalentes.

$\boxed{\text{Q.2}}$ Représenter graphiquement la fonction $x \mapsto \sin(x)$ sur l'intervalle $[-\pi, \pi]$ en utilisant 200 points.

$\boxed{\text{Q.3}}$ Représenter graphiquement la fonction $x \mapsto x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ sur l'intervalle $[-5, 5]$ en faisant varier la taille des vecteurs représentés.

$\boxed{\text{Q.4}}$ Résolution numérique d'un système différentiel : modèle de Lotka-Volterra. On étudie une population de proies d'effectif $x(t)$ à l'instant t et une population de prédateurs d'effectif $y(t)$ au même instant. Le modèle peut s'écrire

$$\begin{cases} x'(t) = x(t) - \alpha x(t)y(t) \\ y'(t) = -y(t) + \beta x(t)y(t) \end{cases}$$

où α et β sont des constantes strictement positives.

La résolution théorique de ce problème dépasse le programme ECE et on se contentera d'une approximation numérique. L'idée est de *discrétiser* le problème en remplaçant les dérivées $x'(t)$ et $y'(t)$ par, respectivement,

$$\frac{x(t+\Delta t)-x(t)}{\Delta t} \qquad \text{et} \qquad \frac{y(t+\Delta t)-y(t)}{\Delta t}$$

où Δt est un pas de temps strictement positif. On peut alors montrer que les suites (finies) (x_n) et (y_n) définies ci-dessous sont une approximation de $(x(n\Delta t))$ et $(y(n\Delta t))$.

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + \Delta t(x_n - \alpha x_n y_n) \\ y_{n+1} = y_n + \Delta t(-y_n + \beta x_n y_n) \end{cases}$$

$\star$ Écrire une fonction d'en-tête

[u,v] = Evolution(x,y,DeltaT)

telle que si **x** contient la valeur x_n, **y** contient la valeur y_n et **DeltaT** contient la valeur Δt, l'appel de cette fonction affecte $[x_{n+1}, y_{n+1}]$ au vecteur **[u,v]**. On prendra $\alpha = \beta = 1$.

$\star$ Écrire une fonction d'en-tête

function [X,Y] = Population(x0,y0,N,DeltaT))

qui calcule $x_1, y_1, x_2, y_2, \ldots, x_N, y_N$ et affecte ces résultat à la matrice **[X,Y]**$=\begin{pmatrix} x_0 & y_0 \\ x_1 & y_1 \\ \vdots & \vdots \\ x_N & y_N \end{pmatrix}$.

$\star$ En prenant $x_0 = 2, y_0 = 1, \Delta t = 10^{-3}$ et $N = 2.10^4$, obtenir la matrice **[X,Y]** puis représenter sur le même graphique les suites de points de coordonnées $\begin{pmatrix} n\Delta t \\ x_n \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} n\Delta t \\ y_n \end{pmatrix}$ $(0 \leq n \leq N)$. Ouvrir une deuxième figure et tracer la suite des points de coordonnées $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$, $(0 \leq n \leq N)$.

$\star$ Recommencer avec d'autres valeurs de (x_0, y_0).