David Michel
david.michel@ens-rennes.fr
perso.eleves.ens-rennes.fr/people/David.Michel

ECE 1
Lycée Saint-Vincent
2016-2017

TP9 : Introduction aux probabilités − Simulation

L'instruction essentielle de ce TP est la commande **rand** de Scilab. Il s'agit d'un générateur de nombres (pseudo-)aléatoires compris entre 0 et 1. Plus précisément, l'appel **rand()** produit une réalisation d'une variable aléatoire suivant la loi uniforme sur $[0, 1]$.

On peut se servir de cette fonction pour simuler des réalisations d'autres variables aléatoires, comme nous allons le voir dans ce TP.

$\boxed{\text{Q.1}}$ Lors de l'exécution du programme suivant, quelle est la probabilité que le résultat affiché soit 0 ? 1 ? Comment le vérifier expérimentalement ?

```
p=0.45
if rand()<p then
   disp(0)
else
   disp(1)
end
```

On se propose d'utiliser un diagramme en bâton pour vérifier le résultat. On utilisera la commande **bar**. Si **X** et **Y** sont des vecteurs ligne de taille n et **l** un réel positif, alors l'instruction **bar(X,Y,l)** trace n barres verticales de largeur **l** aux points d'abscisses x_i et de longueur y_i.

Vérifier la probabilité calculée en début de question à l'aide d'un diagramme en bâton.

$\boxed{\text{Q.2}}$ On considère la fonction

```
function Y=Attends(p)
   q=1-p
   Y=1
   while rand()<q
      Y=Y+1
   end
endfunction
```

et on suppose que le paramètre p est dans l'intervalle $]0, 1[$.

– Quelle est la probabilité que l'instruction **Attends(p)** retourne le nombre 0 ? le nombre 1 ? le nombre 2 ?

– Si n est un entier positif, quelle est la probabilité que la boucle **while** se répète au moins n fois ? Quelle est la probabilité que la fonction ne s'arrête pas (la boucle se répète indéfiniment) ?

– Quelle variable aléatoire simule l'instruction **Attends(p)** ?

$\boxed{\text{Q.3}}$ On dispose de deux lots identiques de n boules distinctes. On appelle U_n une urne contenant ces $2n$ boules. On tire simultanément deux boules. Si les boules ne sont pas identiques, elles sont remises dans l'urne, et on recommence jusqu'à tirer deux boules identiques. On note T_n le nombre de double-tirages effectués. Les deux boules sont alors enlevées et il reste une urne U_{n-1} contenant deux lots identiques de $n-1$ boules distinctes. On recommence, jusqu'à vider l'urne.

a. Compléter la fonction suivante pour qu'elle simule des tirages dans U_m jusqu'à l'obtention de deux boules identiques et affecte à **Y** le nombre de double-tirages effectués.

```
function Y=T(m)
   Y=1
   while rand()>...
      Y=...
   end
endfunction
```

b. Le nombre de double-tirages effectués jusqu'à vider l'urne est $Z = T_n + T_{n-1} + \cdots + T_1$. Compléter le programme suivant pour qu'il simule une réalisation de la variable aléatoire Z et affiche sa valeur.

```
n=input("entrez n")
   Z=...
   for ...
      ...
   end
disp(...)
```