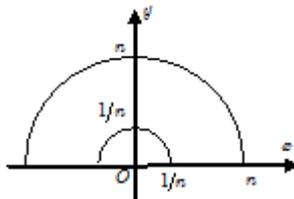


1 Passage direct

a) Montrer que la forme différentielle suivante est fermée :

$$\omega(x, y) = \frac{e^{-y}}{x^2 + y^2} ((x \sin x - y \cos x) dx + (x \cos x + y \sin x) dy)$$

b) Calculer la circulation de ω le long de l'arc figuré direct ci-dessous



c) Déterminer la valeur de

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx$$

2 Préparation 20min

Soit γ une application de classe \mathcal{C}^1 et 2π -périodique de \mathbb{R} vers \mathbb{C} telle que

$$\forall s \in \mathbb{R}, |\gamma'(s)| = 1$$

On note S l'aire orientée délimitée par $\gamma|_{[0, 2\pi]}$.

- Exprimer S à l'aide des coefficients de Fourier de γ .
- Montrer $S \leq \pi$ et préciser le cas d'égalité.

3 Préparation 40min

- Montrer que la forme différentielle $\omega = (x + y) dx + (x - y) dy$ est exacte et déterminer une primitive de ω .
- Résoudre alors l'équation différentielle

$$x + y + (x - y)y' = 0$$

dont l'inconnue est la fonction y de la variable réelle x .