

# Stage première année - Algorithmes décentralisés de gestion de smartgrid

Alexandre FAYE-BEDRIN

18 août 2020

## Résumé

Ce stage a pour finalité l'approfondissement du mini-projet d'outil numérique, portant sur le même sujet.

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Rappel du problème originel</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Mise en place de réserves pour la compensation des incertitudes</b>	<b>2</b>
2.1	Modification du problème d'origine . . . . .	2
2.2	Description de la méthode d'application . . . . .	3
2.3	Application au cas d'étude . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Anticipation des incertitudes</b>	<b>5</b>
3.1	Modification du problème . . . . .	5
3.2	Description de la méthode d'application . . . . .	6
3.3	Application au cas d'étude . . . . .	6
3.4	Prise en compte de la fiabilité des éolienne . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Application à un cas d'étude plus large</b>	<b>7</b>
4.1	Description du modèle utilisé . . . . .	7
4.2	Application . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Annexes</b>	<b>8</b>
5.1	Définition du cas d'étude . . . . .	8
5.2	Programmes . . . . .	10
5.3	Bibliographie . . . . .	10

## 1 Rappel du problème originel

Le problème posé est celui de la gestion des agents d'un réseau électrique : ceux-ci doivent s'accorder à produire et consommer de façon à ce que le réseau ne subisse globalement ni déficit ni surplus de puissance.

En se plaçant du point de vue de chaque agent, on peut pour ce faire considérer que chaque échange de puissance doit être réciproque : toute la puissance envoyée par un agent doit être reçue par ses pairs.

La complexité du problème réside dans le fait que chaque agent a ses préférences en matière de production ou de consommation, et le résoudre consiste à maximiser la satisfaction des différents agents (ou minimiser leur mécontentement, qu'on peut assimiler à un coût) tout en respectant la contrainte de réciprocité.

Sous sa forme locale en P2P, le problème de gestion pouvait donc s'exprimer de la façon suivante :

$$\begin{cases} \min_{P_i} & f_i(P_i) \\ \text{Ct} & P_{i,j} = -P_{j,i} \end{cases} \quad (1)$$

avec  $f_i$  la fonction dite de coût de l'agent  $i$  et  $P_i$  la puissance fournie au réseau par ce même agent.  $P_{i,j}$  représente la puissance fournie par l'agent  $i$  à l'agent  $j$ .

On utilise pour toute variable  $x$  la notation

$$x = \sum_i x_i \text{ et } x_i = \sum_j x_{i,j}$$

comme explication de l'association  $P_i \leftrightarrow P_{i,j}$

Il est résolu par ADMM, un algorithme qui utilise notamment une variable duale  $\lambda$  interprétable comme un prix.

## 2 Mise en place de réserves pour la compensation des incertitudes

Certains systèmes sont imprévisibles dans leur comportement, mais il faut tout de même les intégrer au réseau, et aux calculs de gestion de celui-ci.

### 2.1 Modification du problème d'origine

On commence par borner les puissances atteignables par les agents, pour intégrer le fait qu'il sont intrinsèquement limités :

$$\begin{cases} \min_{P_i} & f_i(P_i) \\ \text{Ct} & \begin{cases} P_{i,j} = -P_{j,i} \\ \underline{P}_i < P_i < \overline{P}_i \end{cases} \end{cases} \quad (2)$$

On résout le problème en deux étapes :

1. planification à partir d'un premier marché,
2. ajustement avec un second marché.

On introduit à cette occasion pour toute variable  $x$  les notations suivantes :

- $x^\Sigma$  la variable finale, après les deux étapes de négociation
- $x^*$  la variable calculée à la fin de la première étape
- $x^\epsilon = x^\Sigma - x^*$  la variation de la variable lors de la deuxième étape.

Le découpage en deux étapes fait apparaître l'idée d'une réserve de puissance, disponible pour compenser les écarts mesurés entre la planification et la puissance réellement produite.

Cette réserve se note sous la forme de 2 quantités  $R_i^u > 0$  et  $R_i^d > 0$ , telles que la première étape (la planification) corresponde au problème suivant :

$$\begin{aligned}
 & \min_{P_i^*} f_i(P_i^*) \\
 \text{Ct} \left\{ \begin{array}{l} P_{i,j}^* = -P_{j,i}^* \\ \underline{P}_i + R_i^d < P_i^* < \overline{P}_i - R_i^u \end{array} \right. \quad (3)
 \end{aligned}$$

Pour commencer, les réserves sont fixées à l'avance, comme une proportion de la plage de puissance disponible :

$$R_i^u = R_i^d = r(\overline{P}_i - \underline{P}_i)$$

$r$  étant une constante de l'ordre de 5 à 10%.

La deuxième étape (l'ajustement) correspond, elle, au problème suivant :

$$\begin{aligned}
 & \min_{P_i} f_{i,P_i^*}^{bis}(P_i^\epsilon) \\
 \text{Ct} \left\{ \begin{array}{l} P_{i,j}^\epsilon = -P_{j,i}^\epsilon \\ \underline{P}_i^\epsilon < P_i^\epsilon < \overline{P}_i^\epsilon \end{array} \right. \quad (4)
 \end{aligned}$$

avec  $P_i^\epsilon$  représentant l'écart entre la puissance réalisée  $P_i^\Sigma$  et la puissance planifiée  $P_i^*$ , et :

$$\begin{aligned}
 \underline{P}_i^\epsilon = \overline{P}_i^\epsilon = P_i^\epsilon = P_i^\Sigma - P_i^* & \text{ si l'agent subit} \\
 \left\{ \begin{array}{l} \overline{P}_i^\epsilon = \overline{P}_i \\ \underline{P}_i^\epsilon = \underline{P}_i \end{array} \right. & \text{ sinon.}
 \end{aligned}$$

De manière générale, si aucune précision n'est donnée :

$$f_{i,P_i^*}^{bis}(P_i^\epsilon) = f_i(P_i^* + P_i^\epsilon)$$

## 2.2 Description de la méthode d'application

Le programme appliquant l'algorithme au cas d'étude est écrit en C (section 5.2), et un script Python permet de visualiser les quantités suivantes :

1.  $\lambda^\epsilon = \lambda^\Sigma - \lambda^*$
2.  $\sum_i (f_i(P_i^* + P_i^\epsilon) - f_i(P_i^*))$
3.  $(f_i(P_i^* + P_i^\epsilon) - f_i(P_i^*))^2$

en fonction de  $r$ .

Cela représente, dans l'ordre :

1. la différence de prix entre le deuxième et le premier marché
2. la différence de «coût social »entre les deux marchés
3. une image des coûts des ajustements individuels

en fonction de la part relative de la réserve.

## 2.3 Application au cas d'étude

Pour cette partie,  $r$  varie de 0 à 29.75% inclus par pas de 0.25%.

Les résultats sont tracés et visibles sur les Figures 1 to 3, les unités utilisées sont arbitraires.

Le cas d'étude est défini en section 5.1.

La valeur du prix final sur le second marché  $\lambda^\Sigma$  reste toujours la même, ce qui fait que les variations du prix de la phase de planification  $\lambda^*$  sont facilement déductibles de la Figure 1.

On observe que pour ce cas d'étude, jusqu'à une certaine valeur ( $r = 2\%$  de la plage de puissance disponible), la réserve n'a pas d'influence visible sur le prix ni sur les coûts, et donc a priori peu sur les décisions des agents.

Pour  $4.5\% < r < 6.2\%$ , on observe une baisse continue du surcoût  $\lambda^\epsilon$  jusqu'à être négatif sur un petit intervalle.

Pour  $6.2\% < r$ , le surcoût remonte au-delà de la situation d'absence de réserve. Cela montre que, dans au moins certains cas, une réserve correctement dimensionnée avec cette intention pourrait permettre d'anticiper le prix de l'énergie issu du second marché.

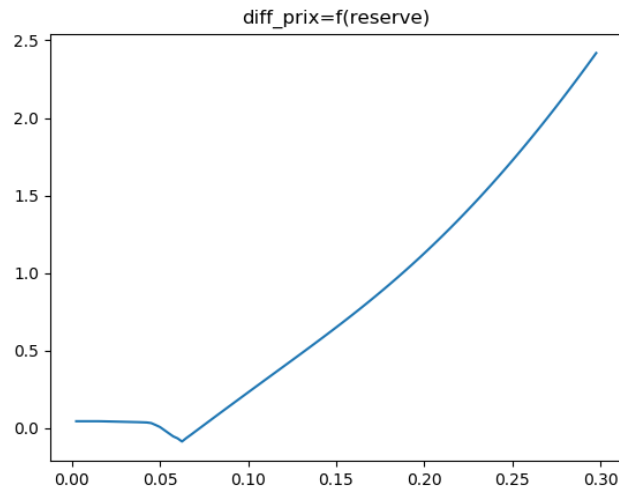


FIGURE 1 –  $\lambda^\epsilon = f(r)$

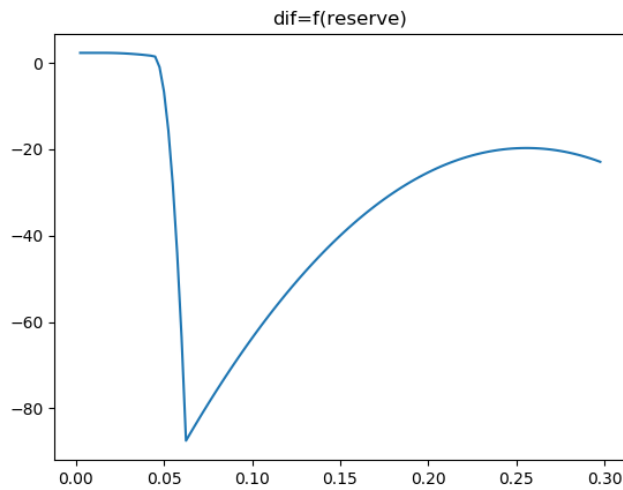
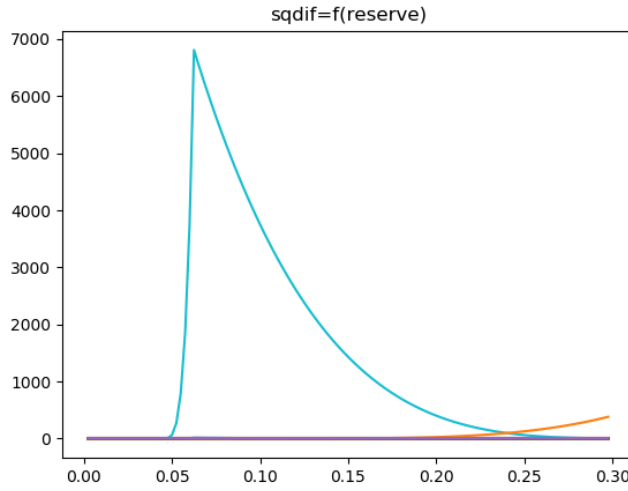


FIGURE 2 –  $\sum_i (f_i(P_i^* + P_i^\epsilon) - f_i(P_i^*)) = f(r)$

Le «coût social» d'ajustement baisse sur le même intervalle que le prix, puis décrit une parabole. La prise en compte de la réserve semble globalement être bénéfique, puisque le coût social de l'ajustement devient négatif.

La Figure 3 montre une image des variations de coût des agents entre les deux marchés, autrement dit leur implication dans l'ajustement. On observe que deux agents se démarquent dans leur participation, mais il est difficile d'en tirer des conclusions pertinentes : les agents définis sont trop peu nombreux, et ne sont représentatifs d'aucune réalité particulière.


 FIGURE 3 –  $(f_i(P_i^* + P_i^\epsilon) - f_i(P_i^*))^2 = f(r)$ 

### 3 Anticipation des incertitudes

Les ajustements peuvent être estimés dès la phase de planification, et donc les réserves probablement nécessaires calculées lors de cette étape.

#### 3.1 Modification du problème

On peut estimer à l'étape de planification les ajustements à réaliser en prenant pour référence le passé du marché. Cela permet d'adapter le problème pour anticiper la suite :

$$\begin{aligned} \min_{P_i} \mathbb{E}(f_i(P_i^*) + f_{i,P_i^*}^{bis}(P_i^\epsilon)) \\ \text{Ct} \left\{ \begin{array}{l} P_{i,j}^* = -P_{j,i}^* \\ \underline{P}_i < P_i^* < \bar{P}_i \end{array} \right. \end{aligned} \quad (5)$$

On suppose ici que les agents construisent une valeur de  $P_i^\epsilon$  qui permet de ne pas imposer de réserve supplémentaire à la marge de manœuvre ainsi dégagée.

Une manière de construire cette espérance est de connaître la loi de probabilité du prix  $\lambda^\epsilon$ , et de retrouver pour plusieurs valeurs de  $\lambda^\epsilon$  le couple  $(P_i^*, P_i^\epsilon)$  associé.

Ici, on ne peut pas se contenter de reprendre l'expression précédente  $f_{i,P_i^*}^{bis}(P_i^\epsilon) = f_i(P_i^* + P_i^\epsilon)$ , car alors le problème se ramènerait à :

$$\begin{aligned} \min_{P_i^*, P_i^\epsilon} \mathbb{E}_{\lambda^\epsilon}(f_i(P_i^*) + f_i(P_i^* + P_i^\epsilon)) \Leftrightarrow \min_{P_i^*} f_i(P_i^*) + f_i(P_i^* + P_i^\epsilon) \text{ avec } P_i^\epsilon = 0 \\ \text{Ct} \left\{ \begin{array}{l} P_{i,j}^* = -P_{j,i}^* \\ \underline{P}_i < P_i^* < \bar{P}_i \end{array} \right. \end{aligned}$$

ce qui est le problème initial sans anticipation.

$f_{i,P_i^*}^{bis}$  peut être construite de la manière suivante, afin de représenter le gain (ou la perte) réalisé par l'agent :

$$f_{i,P_i^*}^{bis}(P_i^\epsilon) = f_i(P_i^* + P_i^\epsilon) - \lambda^\epsilon P_i^\epsilon$$

On a ainsi le problème suivant :

$$\begin{aligned} \min_{P_i^*, P_i^\epsilon} \mathbb{E}_{\lambda^\epsilon}(f_i(P_i^*) + f_i(P_i^* + P_i^\epsilon) - \lambda^\epsilon P_i^\epsilon) \\ \text{Ct} \left\{ \begin{array}{l} P_{i,j}^* = -P_{j,i}^* \\ \underline{P}_i < P_i^* + P_i^\epsilon < \bar{P}_i \end{array} \right. \end{aligned} \quad (6)$$

### 3.2 Description de la méthode d'application

Le problème spécifique au cas d'étude est :

$$\begin{aligned} \min_{P_i^*, P_i^\epsilon, \lambda^\epsilon} & \mathbb{E}(a(P_i^* - P_0)^2 + a(P_i^* + P_i^\epsilon - P_0)^2 - \lambda^\epsilon P_i^\epsilon) \\ \text{Ct} & \begin{cases} P_{i,j}^* = -P_{j,i}^* \\ \underline{P}_i < P_i^* + P_i^\epsilon < \overline{P}_i \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

Dans un premier temps, le calcul de  $\mathbb{E}_{\lambda^\epsilon}(f_i(P_i^*) + f_i(P_i^* + P_i^\epsilon) - \lambda^\epsilon P_i^\epsilon)$  est numérique, en tirant plusieurs valeurs de  $\lambda^\epsilon$  selon sa loi de probabilité puis en trouvant pour chacune le couple  $(P_i^*, P_i^\epsilon)$  optimal. Le couple  $(P_i^*, P_i^\epsilon)$  final est alors la moyenne de tous les couples trouvés, et l'agent annonce  $P_i^*$  sur le premier marché.

Pour trouver cette loi de probabilité, on reprend la partie du premier algorithme dédiée au second marché, qui nous donne un ensemble de valeurs de prix d'ajustement.

### 3.3 Application au cas d'étude

Les puissances réalisées des différentes éoliennes sont désormais aléatoires, suivant des lois uniformes entre  $\underline{P}$  et  $\overline{P}$ .

Pour avoir des valeurs «représentatives», on tire 100 valeurs de  $\lambda^\epsilon$  qu'on utilise lors des calculs.

Les prix sur le premier marché se situent proches de 0.2222, alors que (pour comparaison) les prix sur le second marché de ce cas d'étude se situent toujours vers 0.125.

### 3.4 Prise en compte de la fiabilité des éolienne

La modélisation des éoliennes est un peu plus fine, puisqu'au lieu de produire de manière totalement aléatoire, leur production va suivre une loi normale de moyenne  $P_i^*$ , et d'écart-type  $\sigma$  représentant l'inverse de la fiabilité.

Pour l'étude, on fait varier  $\sigma$  de 0.1 à 1.6 inclus par pas de 0.1, et on réalise 50 simulations par valeur de fiabilité.

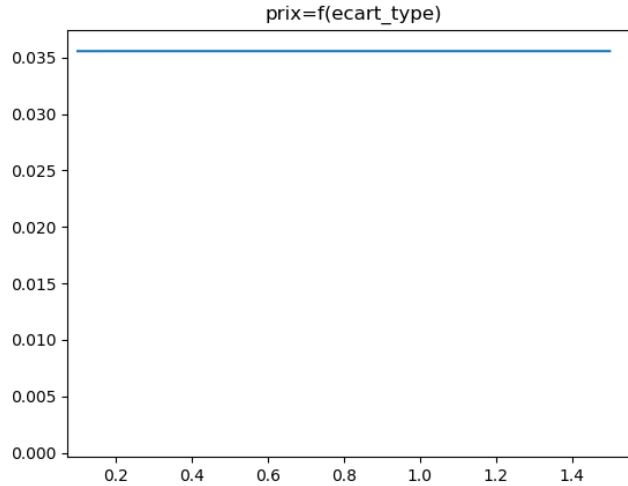
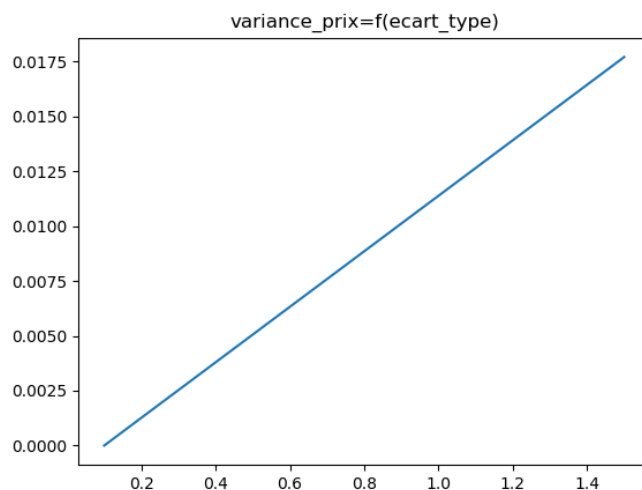


FIGURE 4 –  $\lambda^\epsilon = f(\sigma)$

On observe  $\lambda^\epsilon$  le prix moyen lors du second marché en fonction de l'écart type (fig. 4). Il n'est rien possible de conclure de la figure, sinon que le prix moyen ne semble pas varier.

La dispersion du prix au second marché, en revanche, augmente avec l'erreur de prévision (fig. 5).

Ce genre de résultat peut être attendu dans un marché, dans la mesure où les moyennes de production identiques impliquent des moyennes de prix identiques, et des dispersions de production amènent des dispersions de prix.

FIGURE 5 –  $\text{variance}(\lambda^\epsilon) = f(\sigma)$ 

## 4 Application à un cas d'étude plus large

Le cas défini était un modèle jouet avec peu d'agents, on peut observer ce qui se passerait avec un nouveau modèle plus large.

### 4.1 Description du modèle utilisé

Le nouveau modèle utilisé est l'ensemble de 175 agents généré par Thomas Baroche, qui utilise des fonctions de coût quadratiques de la forme  $f_i(P_i) = a(P_i - P_0)^2 + b$ , avec :

- $\underline{P}_i < P_i < \overline{P}_i$
- $\underline{P}_0 = \underline{P}_i + k(\overline{P}_i - \underline{P}_i)$
- $0 < k < 1$

### 4.2 Application

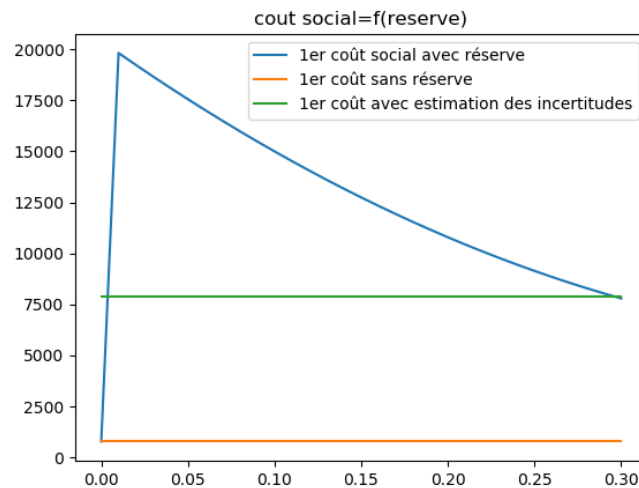
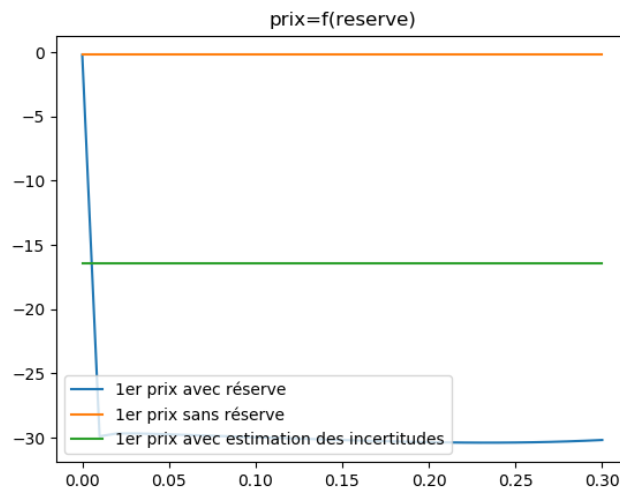
On applique les algorithmes correspondants aux 3 scénarios (aucune anticipation, réserve imposée, anticipation libre) au modèle de producteurs-consommateurs ainsi défini (Figures 6 and 7). On observe également ce qui se passe lors du second marché (Figures 8 and 9).

Les «prix» étant dans ce cas systématiquement négatifs, on considère ici à la place leur opposé afin d'avoir une grandeur qui a du sens. En effet, cela provient de la manière de la définir, qui elle-même vient de la manière de définir les consommateurs et producteurs.

On voit donc, sur ce modèle, que :

- la réserve a un coût social
- la réserve fait monter les prix sur le premier marché
- l'anticipation des incertitudes a un coût social
- l'anticipation des incertitudes fait monter les prix sur le premier marché
- les erreurs ont un coût social
- les erreurs ne font pas varier la moyenne du prix du second marché

On fait la même chose avec la version à 300 agents du modèle, et on retrouve le même type de résultats (figs. 10 to 13).

FIGURE 6 –  $\sum_i f_i(P_i^*) = f(r)$ FIGURE 7 –  $\lambda^* = f(r)$ 

## 5 Annexes

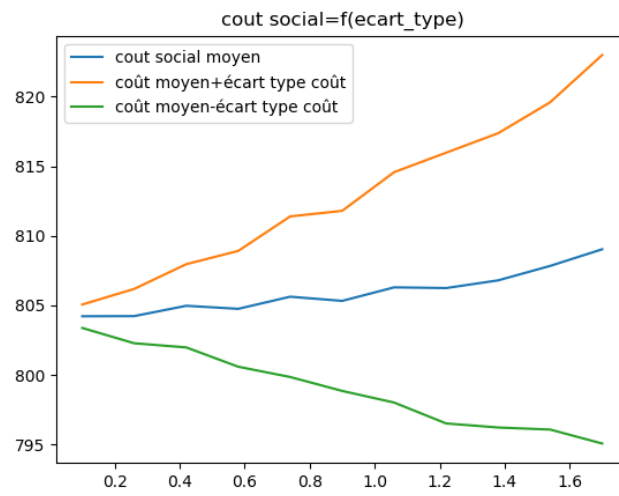
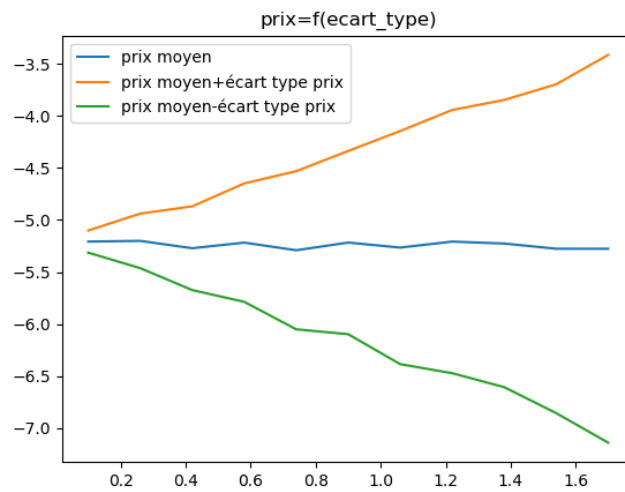
### 5.1 Définition du cas d'étude

Le même cas d'étude que lors du mini-projet (ou presque) est utilisé.

Chaque agent sur le réseau dispose d'une fonction de coût polynomiale, de la forme  $f_i(P_i) = a(P_i - P_0)^2 + b$ , et a une saturation de sa consommation ( $\underline{P} < P_i < \bar{P}$ ).

De plus, pour simuler le fait que certains agents subissent leurs production (ils dépendent d'un élément incontrôlable comme le vent), il leur est attribué une puissance injectée réellement sur le réseau  $P_r$ .



FIGURE 8 –  $\sum_i f_i(P_i^* + P_i^\epsilon) = f(\sigma)$ FIGURE 9 –  $\lambda^\epsilon = f(\sigma)$ 

Agent	Nombre	$P_0$	$a$	$b$	$\bar{P}$	$\underline{P}$	$P_r$
Centrale à charbon	1	0.6	10	1000	10	0	
Éolienne	5	1.9	1	10	2	0	1; 0.9; 1.3; 2; 2
Barrage réversible	1	3	0.01	100	26	-10	
Panneau photovoltaïque	2	1.9	0.9	11	2	0	
DataCenter	1	-10	5	20	0	-15	
Logement × 7500	1	-7.5	1	10	0	-10	
Usine	1	-9	5	8	0	-10	
Tramway 1	1	-0.12	6	9	0	-0.5	
Tramway 2	1	-0.12	10	9	0	-0.5	
Hôpital	1	-0.2	200	30	-0.2	-0.2	

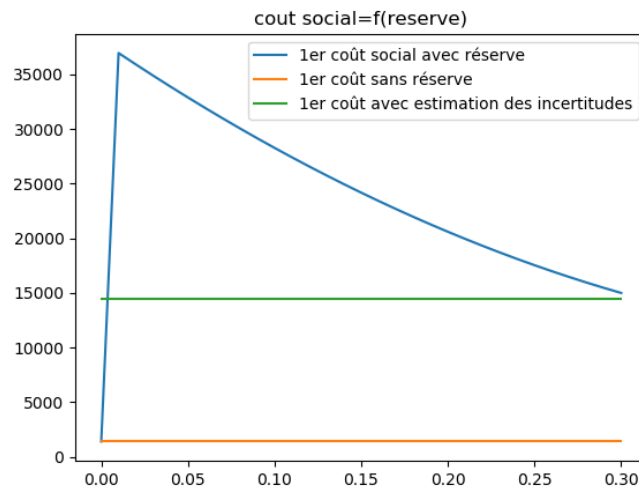


FIGURE 10 –  $\sum_i f_i(P_i^*) = f(r)$

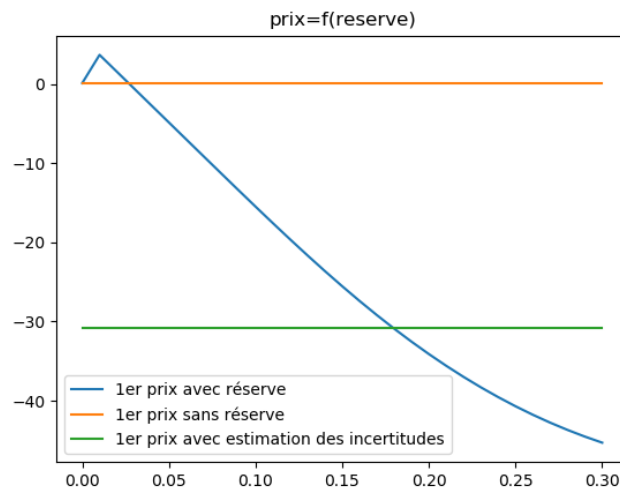


FIGURE 11 –  $\lambda^* = f(r)$

## 5.2 Programmes

Les programmes (en C et Python) ne sont pas inclus dans ce document, mais disponibles sur un dépôt git : <https://github.com/space-lux/stage1-ens>

## 5.3 Bibliographie

- Boyd S., Parikh N., Chu E., Peleato B., & Eckstein J. (2011). *Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers*. *Foundations and Trends® in Machine Learning*, 3(1), 1-122.
- Morales J., Conejo A., Madsen H., Pinson P., Zugno M. (2014). *Integrating renewables in electricity markets - Operational problems*. In *International Series in Operations Research & Management science* (Vol. 205).

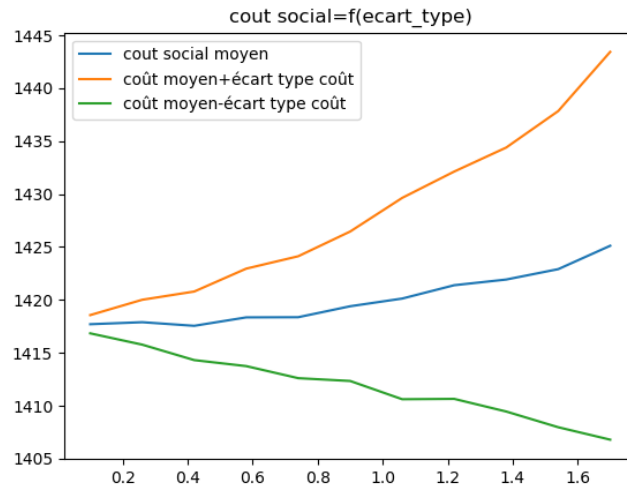


FIGURE 12 –  $\sum_i f_i(P_i^* + P_i^\epsilon) = f(\sigma)$

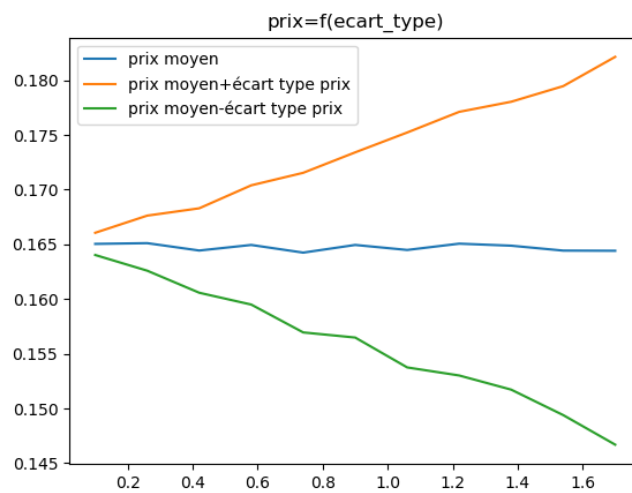


FIGURE 13 –  $\lambda^\epsilon = f(\sigma)$