INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES RENNES

Centre de Mathématiques

Année universitaire 2015–2016
2ème année **Mathématiques**
Contrôle continu 2, 1/12/15
Groupe G
Nom :

Exercice 1 Dans $\mathbb{R}^3$ muni de sa base canonique (e_1, e_2, e_3), on définit l'endomorphisme u par

$$u(e_1) = e_1 - e_2 + e_3, \quad u(e_2) = 2e_1 - 3e_2 + e_3, \quad u(e_3) = e_1 + 2e_3.$$

Déterminer $\mathrm{Ker}\,(u)$ et $\mathrm{Im}\,(u)$.

Exercice 2

1. Si f est une fonction dérivable sur $]0, +\infty[$, montrer que, pour tout $x > 0$, il existe un réel $c_x \in]x, x+1[$ tel que $f(x) - f(x+1) = -f'(c_x)$.
2. Donner un exemple de fonction f pour laquelle c_x n'est pas unique.
3. Préciser $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x}{c_x}$.
4. On choisit $f(x) = \sin\left(\dfrac{1}{x^2}\right)$. Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} x^3 \big(f(x) - f(x+1)\big)$.