

## Remédiation 2015-2016

### TD4 : réduction de matrices et EDO linéaires

**Exercice 1** Réduire la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ -4 & 8 & 3 \end{pmatrix}$ . En déduire  $A^n$  pour  $n \geq 1$ .

**Exercice 2** Montrer que la matrice  $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ -2 & 6 & 3 \end{pmatrix}$  est semblable à  $T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  et expliciter la matrice de passage.

**Exercice 3** Trouver toutes les suites numériques  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  telles que  $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} - 3u_{n+1} + 2u_n = 0$ . (on pourra poser  $U_n = \begin{pmatrix} u_n \\ u_{n+1} \end{pmatrix}$ )

**Exercice 4** Soit  $A \in GL_6(\mathbb{R})$  telle que  $A^3 - 3A^2 + 2A = 0$  et  $\text{tr}(A) = 8$ . Donner le polynôme caractéristique de  $A$ .

**Exercice 5** Pour quelles valeurs de  $x \in \mathbb{R}$ ,  $A$  n'est pas diagonalisable où  $A = \begin{pmatrix} -2-x & 5+x & x \\ x & -2-x & -x \\ -5 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

**Exercice 6** Résoudre le système différentiel suivant :

$$\begin{cases} x' = y + z \\ y' = x \\ z' = x + y + z \end{cases} \quad (1)$$

**Exercice 7** Résoudre le système différentiel :

$$\begin{cases} x' = -x + 3y + e^t \\ y' = -2x + 4y \end{cases} \quad (2)$$

**Exercice 8 BONUS** Montrer que  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  est diagonalisable dans  $\mathbb{R}$ . (on ne demande pas d'explicitier les valeurs propres)