Convergences probabilistes

Clémentine LAURENS

Convergence presque sûre

$\forall \omega \in \mathcal{A},\ \lim\limits_{n \to +\infty} X_n(\omega) = X(\omega)$

Donc $X_n \xrightarrow{p.s.} X \Leftrightarrow (X_n - X) \xrightarrow{p.s.} 0$

Convergence $\mathbf{L}^1$

$\lim\limits_{n \to +\infty} E(X_n - X) = 0$

$\Downarrow$

Convergence en probabilité

Quitte à extraire une sous-suite

Sous hypothèse d'uniforme intégrabilité

$\forall \epsilon > 0,$

$\lim\limits_{n \to +\infty} P(|X_n - X| > \epsilon) = 0$

Donc $X_n \xrightarrow{P} X \Leftrightarrow (X_n - X) \xrightarrow{P} 0$

$\Downarrow$

Si $X_\infty =$ *constante*

Convergence en loi

- $\forall f \in \mathcal{C}_b^0,\ \lim\limits_{n \to +\infty} E\big(f(X_n)\big) = E\big(f(X)\big)$
- $\forall t \in \mathbb{R},\ \lim\limits_{n \to +\infty} \phi_{X_n}(t) = \phi_X(t)$
- $\forall t \in \mathbb{R}$ tq F est continue en t, $\lim\limits_{n \to +\infty} F_{X_n}(t) = F_X(t)$

⚠ $X_n \xrightarrow{Loi} X \not\Leftrightarrow (X_n - X) \xrightarrow{Loi} 0$