David Michel
david.michel@ens-rennes.fr
perso.eleves.ens-rennes.fr/people/David.Michel

ECE 1
Lycée Saint-Vincent
2016-2017

Devoir surveillé 1 – 30 novembre 2016 – Corrigé

Exercice 1

1. La suite de terme général $u_n = n!$ vérifie la relation de récurrence $u_{n+1} = (n+1)u_n$. Pour calculer le n-ième terme de la suite, on doit itérer n fois la relation de récurrence. Le nombre d'itérations est connu à l'avance, on utilise donc une boucle **for** :

```
function m = factorielle(n)
   m=1
   for i=0:(n-1)                    ou     for i=1:n
      m=(i+1)*m                              m=i*m
   end                                     end
endfunction
```

2. On applique la définition :

```
function m = binomial(k,n)
   m=factorielle(n)/(factorielle(k)*factorielle(n-k))
endfunction
```

3. On applique les réflexes à la vue des mots « demande à l'utilisateur », puis on procède comme d'habitude pour les sommes. En fait, si $s_k = \sum_{i=0}^{k} \binom{n}{i}$, alors la suite $(s_k)_{k\geq 0}$ vérifie la relation de récurrence $s_k = s_{k-1} + \binom{n}{k}$ pour tout $k > 0$.

```
n=input("Entrer un entier ")
k=input("Entrer un entier inférieur à "+string(n)+" ")
s=0
for i=0:k
   s=s+binomial(i,n)
end
disp("La somme vaut "+string(s))
```

Exercice 2

1. On suit l'algorithme proposé par l'énoncé. Remarque : on utilise une boucle **while** car on ne sait pas *a priori* combien d'itérations vont être nécessaires.

```
a=1
b=2
while b-a>10^(-8)
   c=(a+b)/2
   p=(a^2-2)*(c^2-2)
   if p<0 then
      b=c
   elseif p>0 then
      a=c
   else
```

```
      a=c
      b=c
   end
end
disp("Une valeur approchée de sqrt(2) à 10^(-8) près est "+string(c))
```

2. Désormais, la fonction en jeu est $f : x \mapsto e^x - x - 2$. On a $f(a) = f(1) = e - 3 < 0$ car on sait que $e \approx 2.71$ et $f(b) = f(2) = e^2 - 4 > 0$ car $e^2 > 2^2 = 4$. Donc $f(a)f(b) < 0$ et l'algorithme proposé par l'énoncé nous donne ce qu'il faut.

```
a=1
b=2
while b-a>10^(-6)
   c=(a+b)/2
   p=(exp(a)-a-2)*(exp(b)-b-2)
   if p<0 then
      b=c
   elseif p>0 then
      a=c
   else
      a=c
      b=c
   end
end
disp("Une valeur approchée de x à 10^(-6) près est "+string(c))
```

Exercice 3

1. On procède comme d'habitude pour le calcul d'une somme.

```
function s = TRex(n,x)
   s=0
   for k=0:n
      s=s+x^k/factorielle(k)
   end
endfunction
```

2. On suit l'indication de l'énoncé et on garde en mémoire la somme s, ainsi que la dernière valeur de $\frac{x^k}{k!}$ calculée.

```
function s = TRex(n,x)
   //On commence par le cas k=0
   s=1
   y=1
   //On calcule la somme à l'aide de la boucle usuelle
   for k=1:n
      y = y*x/k   //y contient maintenant $\frac{x^{k+1}}{(k+1)!}$
      s = s+y
   end
endfunction
```

3. On applique les réflexes puis on utilise la fonction précédente.

```
n=input("Entrer un entier ")
x=input("Entrer un réel ")
P=TRex(n,x)
disp("exp(x)="+string(exp(x)))
disp("Pn(x)="+string(P))
disp("exp(x)-Pn(x)="+string(exp(x)-P))
```