David Michel
david.michel@ens-rennes.fr
perso.eleves.ens-rennes.fr/people/David.Michel

TP5 : Matrices – Introduction

Vecteurs ligne, vecteurs colonne

$\boxed{\text{Q.1}}$ Exécuter les instructions suivantes et interpréter.

```
a=[2,1,3,4,10,7]
disp(a(5))
a(1)=100
disp(a)
```

$\boxed{\text{Q.2}}$ Définir le vecteur ligne $X = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}$. Afficher X_3. Modifier X_2 pour que X_2 soit égal à 0.

$\boxed{\text{Q.3}}$ Exécuter les instructions suivantes et interpréter.

```
Y=[1;2;sqrt(3);%e]
disp(Y(4))
Y(1)=%pi
disp(Y)
```

$\boxed{\text{Q.4}}$ Définir le vecteur colonne $Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$. Afficher Y_3. Modifier Y_2 pour que Y_2 soit égal à 0.

$\boxed{\text{Q.5}}$ Tenter de faire la somme et le produit des variables **X** et **Y** définies aux questions 2 et 4 : **X+Y, Y*X, X*Y**. Expliquer.

$\boxed{\text{Q.6}}$ Exécuter l'instruction **length(X)**. Interpréter. Faire afficher par Scilab la longueur du vecteur ligne qu'on aura défini par **a=0:100**.

Matrices

En Scilab, on définit une matrice $A = (a_{i,j}) \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ par

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a_{1,1}}, \dots, \mathbf{a_{1,p}}; \mathbf{a_{2,1}}, \dots, \mathbf{a_{2,p}}; \dots; \mathbf{a_{n,1}}, \dots, \mathbf{a_{n,p}}]$$

On définit donc la matrice ligne par ligne, les coefficients sur chaque ligne étant séparés par des virgules comme pour les vecteurs-ligne et le changement de ligne étant indiqué par un point-virgule.

$\boxed{\text{Q.7}}$ Définir les matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \\ 4 & 9 & 25 \end{pmatrix}.$$

$\boxed{\text{Q.8}}$ Avec la matrice **A** définie à la question précédente, exécuter **size(A)**. Interpréter.
Attention, **length(A)** renvoie le produit du nombre de lignes et du nombre de colonnes.

$\boxed{\text{Q.9}}$ Avec la matrice **C** définie à la question 7, exécuter les instructions suivantes. Interpréter.

```
disp(C(2,3))
C(1,1)=0
disp(C)
```

$\boxed{\text{Q.10}}$ Tenter d'effectuer les produits **A*B, B*A, A*C, C*A, B*C, C*B** et les sommes **A+B, A+C, B+C**. Interpréter.

$\boxed{\text{Q.11}}$ On considère le modèle météorologique (irréaliste) suivant :
— s'il fait beau alors la probabilité qu'il fasse beau demain est 0.6 et la probabilité qu'il pleuve est 0.4 ;
— s'il pleut aujourd'hui, alors la probabilité qu'il fasse beau demain est 0.3 et la probabilité qu'il pleuve est 0.7.
On note b_n la probabilité qu'il pleuve le jour n et p_n la probabilité qu'il pleuve le jour n. On note $X_n = \begin{pmatrix} b_n \\ p_n \end{pmatrix}$. D'après l'énoncé, on a :

$$\begin{cases} b_{n+1} = 0.6 b_n + 0.3 p_n \\ p_{n+1} = 0.4 b_n + 0.7 p_n \end{cases}$$

soit

$$X_{n+1} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0.6 & 0.3 \\ 0.4 & 0.7 \end{pmatrix}}_{M} X_n.$$

On montre facilement par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}$, $X_n = M^n X_0$ où X_0 est $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ (on suppose qu'il fait beau le premier jour de l'expérience).

Écrire une fonction, d'en-tête **function Y=Iteree(n,X0)** qui à un couple (n, X_0) associe $X_n = M^n X_0$. On utilisera une boucle **for**.
Réécrire la fonction, en utilisant la puissance de matrice définie en Scilab : M^n s'écrit **M^n**.

Quelle est la probabilité qu'il fasse beau le 20$^{\text{e}}$ jour ?