

Leçon 230 : Séries de nombres réels ou complexes. Comportement des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Exemples.

Développements :

Nombre de Bell, Série de Hardy

Bibliographie :

Amrani :D

Plan

1 Convergence de séries numériques

1.1 Vocabulaire

[Am p. 79]

Définition 1. Série, somme partielle

Définition 2. Convergence d'une série

Exemple 3. Série géométrique

Définition 4. Reste d'une série convergente

Proposition 5. K -ev

Proposition 6. Série cv alors t.g. tend vers 0

Contre-exemple 7.

Définition 8. DV grossière

*** si on veut

Définition 9. Série télescopique

Proposition 10. formule

Exemple 11.

1.2 Critère de Cauchy et séries absolument convergentes

Théorème 12. Critère de Cauchy

Exemple 13.

Définition 14. Absolument cv

Proposition 15. CVA implique CV

Contre-exemple 16.

2 Cas des séries à termes positifs

Proposition 17. CNS de cv

2.1 Comparaison

Théorème 18. Règles de comparaison, d'équivalence

Exemple 19.

Remarque 20. Attention faut être à termes positifs

Théorème 21 (Am p.90). Somme des relations de comparaison

Exemple 22.

Théorème 23 (Am p. 91). Comparaison série-intégrale

Exemple 24.

2.2 Séries de Riemann et de Bertrand

Théorème 25. Séries de Riemann

Corollaire 26. comparaison avec série de Riemann

Application 27. Séries de Hardy

Proposition 28. Séries de Bertrand

2.3 Règles de Cauchy et de d'Alembert

Théorème 29. Règle de Cauchy

Exemple 30.

Théorème 31. Règle d'Alembert

Exemple 32.

3 Cas des séries à terme général quelconque

3.1 Transformation d'Abel

Proposition 33 (Am p. 368). *Transformation d'Abel*

Application 34. Série de Hardy

3.2 Séries alternées

Définition 35. Séries alternées

Théorème 36. *TSSA*

Exemple 37.

3.3 Produit de Cauchy

Définition 38. Produit de Cauchy

Exemple 39.

Théorème 40. *CV du produit de Cauchy*

Exemple 41.

4 Séries particulières

4.1 Séries entières

Définition 42. Série entière

Lemme 43. *Lemme d'Abel*

Définition 44. Rayon de convergence

Proposition 45. *CN sur tout compact dans disque de cv*

Proposition 46. *C^∞ dans disque de cv*

Application 47. Nb de Bell

4.2 Séries de Fourier

[à voir selon la place sinon en parler dans la défense de plan]