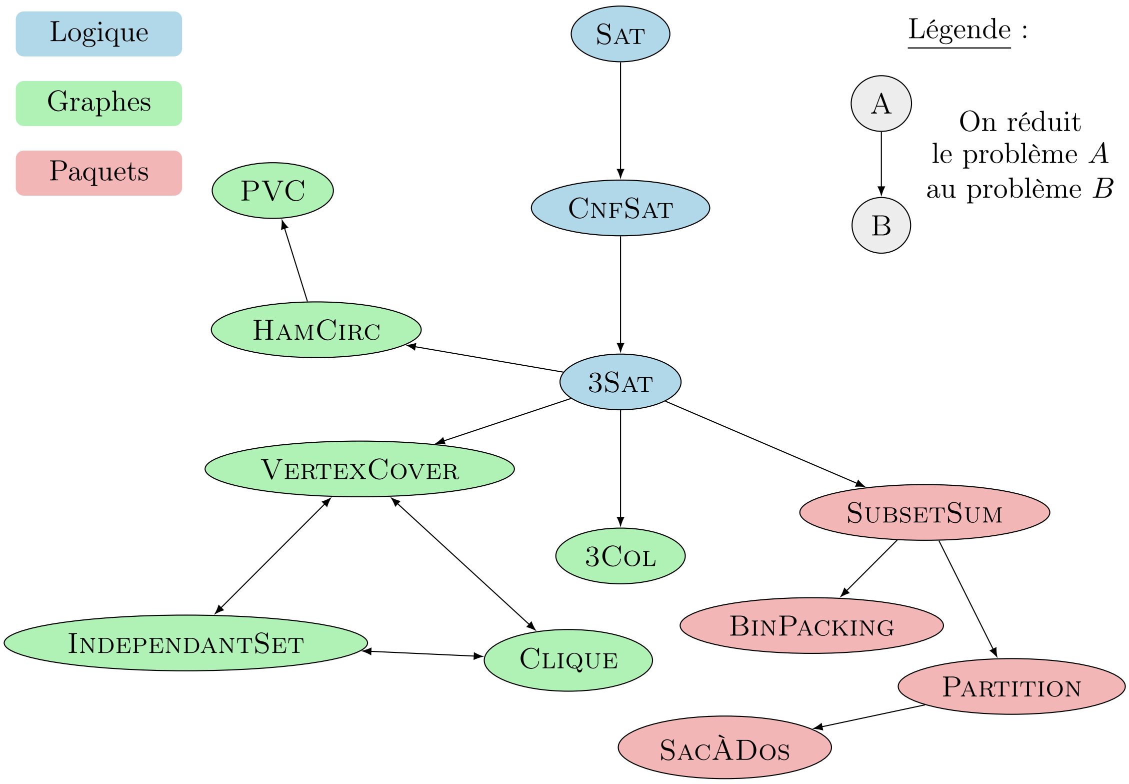
Problèmes NP-complets



Exemple de schéma de réduction de problèmes NP-complets.

$\boxed{\textsc{Sat}}$ $\begin{cases} \underline{\text{entrée}} : & \text{une formule } \varphi \text{ en calcul propositionnel ;} \\ \underline{\text{sortie}} : & \text{oui si } \varphi \text{ est satisfiable, non sinon.} \end{cases}$

$\boxed{\textsc{CnfSat}}$ $\begin{cases} \underline{\text{entrée}} : & \text{une formule } \varphi \text{ en calcul propositionnel sous forme normale} \\ & \text{conjonctive ;} \\ \underline{\text{sortie}} : & \text{oui si } \varphi \text{ est satisfiable, non sinon.} \end{cases}$

$\boxed{\textsc{3Sat}}$ $\begin{cases} \underline{\text{entrée}} : & \text{une formule } \varphi \text{ en calcul propositionnel sous forme normale} \\ & \text{conjonctive avec 3 littéraux par clause ;} \\ \underline{\text{sortie}} : & \text{oui si } \varphi \text{ est satisfiable, non sinon.} \end{cases}$

$\boxed{\textsc{3Col}}$ $\begin{cases} \underline{\text{entrée}} : & \text{un graphe } G = (S, A) \text{ non orienté ;} \\ \underline{\text{sortie}} : & \text{oui s'il existe une application } c : S \to \{1, 2, 3\} \text{ telle que} \\ & \text{pour tout } (u, v) \in A,\ c(u) \neq c(v) \text{, non sinon.} \end{cases}$

$\boxed{\textsc{VertexCover}}$ $\begin{cases} \underline{\text{entrée}} : & \text{un graphe } G = (S, A) \text{ non orienté et un entier } j \leqslant |S| \text{ ;} \\ \underline{\text{sortie}} : & \text{oui s'il existe } S' \subset S \text{ avec } |S'| \leqslant j \text{ telle que} \\ & \text{pour tout } (u, v) \in A,\ u \in S' \text{ ou } v \in S' \text{, non sinon.} \end{cases}$

$\boxed{\textsc{IndependantSet}}$ $\begin{cases} \underline{\text{entrée}} : & \text{un graphe } G = (S, A) \text{ non orienté et un entier } j \leqslant |S| ; \\ \underline{\text{sortie}} : & \text{oui s'il existe } S' \subset S \text{ avec } |S'| \geqslant j \text{ telle que} \\ & \text{pour tout } u, v \in S', (u, v) \notin A, \text{ non sinon.} \end{cases}$

$\boxed{\textsc{Clique}}$ $\begin{cases} \underline{\text{entrée}} : & \text{un graphe } G = (S, A) \text{ non orienté et un entier } j \leqslant |S| ; \\ \underline{\text{sortie}} : & \text{oui s'il existe } S' \subset S \text{ avec } |S'| \geqslant j \text{ telle que} \\ & \text{pour tout } u, v \in S', (u, v) \in A, \text{ non sinon.} \end{cases}$

$\boxed{\textsc{HamCirc}}$ $\begin{cases} \underline{\text{entrée}} : & \text{un graphe } G = (S, A) \text{ non orienté} ; \\ \underline{\text{sortie}} : & \text{oui s'il existe un circuit qui passe une unique fois par} \\ & \text{chaque sommet (appelé circuit hamiltonien), non sinon.} \end{cases}$

$\boxed{\text{PVC}}$ $\begin{cases} \underline{\text{entrée}} : & \text{un graphe } G = (S, A) \text{ non orienté complet pondéré par des entiers} \\ & \text{relatifs et un entier } j \in \mathbb{Z} ; \\ \underline{\text{sortie}} : & \text{oui s'il existe un circuit hamiltonien de poids inférieur à } j, \text{ non sinon.} \end{cases}$

$\boxed{\textsc{SubsetSum}}$ $\begin{cases} \underline{\text{entrée}} : & \text{un ensemble fini } A \subset \mathbb{N} \text{ et un entier } t \in \mathbb{N} ; \\ \underline{\text{sortie}} : & \text{oui s'il existe } A' \subset A \text{ tel que } \displaystyle\sum_{a \in A'} a = t, \text{ non sinon.} \end{cases}$

$\boxed{\textsc{BinPacking}}$ $\begin{cases} \underline{\text{entrée}} : & \text{un ensemble fini } A,\ w : A \to \mathbb{N} \text{ et deux entiers } c \text{ et } k \text{ de } \mathbb{N} ; \\ \underline{\text{sortie}} : & \text{oui s'il existe une application } r : A \to [\![1; k]\!] \text{ telle que} \\ & \text{pour tout } j \in [\![1; k]\!], \displaystyle\sum_{a \in r^{-1}(j)} w(a) \leqslant c, \text{ non sinon.} \end{cases}$

$\boxed{\textsc{Partition}}$ $\begin{cases} \underline{\text{entrée}} : & \text{un ensemble fini } A \text{ et } w : A \to \mathbb{N} ; \\ \underline{\text{sortie}} : & \text{oui s'il existe } A' \subset A \text{ tel que } \displaystyle\sum_{a \in A'} w(a) = \sum_{a \in A \setminus A'} w(a), \text{ non sinon.} \end{cases}$

$\boxed{\textsc{SacÀDos}}$ $\begin{cases} \underline{\text{entrée}} : & \text{un ensemble fini } A,\ w : A \to \mathbb{N},\ v : A \to \mathbb{N}, \\ & \text{un poids } P \text{ et une valeur } V ; \\ \underline{\text{sortie}} : & \text{oui s'il existe } A' \subset A \text{ tel que } \displaystyle\sum_{u \in A'} w(u) \leqslant P \\ & \text{et } \displaystyle\sum_{u \in A'} v(u) \geqslant V, \text{ non sinon.} \end{cases}$