Propriétés de cloture des langages rationnels et algébriques

Langages rationnels (RAT)	stable par	étoile de Kleene intersection union complémentaire concaténation
	non stable par	inclusion

Langages algébriques (ALG)	stable par	étoile de Kleene union concaténation intersection avec un langage rationnel
	non stable par	intersection complémentaire

Langages rationnels :

Les propriétés de stabilité des langages rationnels sont présentes dans le livre de Carton [CAR14]

Un contre exemple pour l'inclusion qui n'est pas stable pour les langages rationnels est :

$$\{a^n b^n, n \in \mathbb{N}\} \subset (a+b)^*$$

Le langage de gauche est algébrique non rationnel (utilisation du lemme de l'étoile pour le prouver), le langage de droite est rationnel (c'est déjà une expression rationnelle)

Langages algébriques :

Les propriétés de stabilité des langages algébriques sont présentes dans le livre de Carton [CAR14]

Un contre exemple pour l'intersection qui n'est pas stable pour les langages algébriques est :

$$\{a^n b^n c^m, n, m \in \mathbb{N}\} \cap \{a^m b^n c^n, n, m \in \mathbb{N}\}$$

Le langage obtenu est $\{a^n b^n c^n, n \in \mathbb{N}\}$ qui n'est algébrique (lemme de l'étoile pour les langages algébriques) alors que les deux autres le sont [1]

Et si le complémentaire était algébrique, l'intersection le serait puisque

$$A \cap B = (A \cup B) \setminus ((A \setminus B) \cup (B \setminus A))$$

1. la première partie est engendrée par la grammaire

$$S \to AT$$
$$A \to aAb \mid \varepsilon$$
$$T \to cT \mid \varepsilon$$

et l'autre par la grammaire

$$S \to AT$$
$$A \to aA \mid \varepsilon$$
$$T \to bTc \mid \varepsilon$$