# Exercice 1

Montrer que $Gl_n(K)$ est un ouvert dense de $M_n(K)$.

# Exercice 2

1) Quel est le rayon de convergence de la série entière $\sum_{n\geq 1}(ln(n))x^n$ ?

2) Que dire de la convergence en $x = 1$ ?

3) Démontrer que la série de fonctions $\sum_{n\leq 1}(ln(1-\frac{1}{n})+\frac{1}{n})x^n$ converge normalement sur $[-1, 1]$.

# Exercice 3

1) Montrer qu'il existe une unique fonction $f : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$ telle que :

a) $f(x) \to 0$ quand $x \to \infty$

b) $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$, $f(x) + f(x+1) = \frac{1}{x^2}$

Astuce : montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$,$(-1)^{n-1}f(x+n) + f(x) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(-1)^k}{(x+k)^2}$.

2) Montrer que $f$ est continue, intégrable sur $[1, \infty[$ et calculer son intégrale.


# Exercice 1

Montrer que $Gl_n(K)$ est un ouvert dense de $M_n(K)$.

# Exercice 2

1) Quel est le rayon de convergence de la série entière $\sum_{n\geq 1}(ln(n))x^n$ ?

2) Que dire de la convergence en $x = 1$ ?

3) Démontrer que la série de fonctions $\sum_{n\leq 1}(ln(1-\frac{1}{n})+\frac{1}{n})x^n$ converge normalement sur $[-1, 1]$.

# Exercice 3

1) Montrer qu'il existe une unique fonction $f : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$ telle que :

a) $f(x) \to 0$ quand $x \to \infty$

b) $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$, $f(x) + f(x+1) = \frac{1}{x^2}$

Astuce : montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$,$(-1)^{n-1}f(x+n) + f(x) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(-1)^k}{(x+k)^2}$.

2) Montrer que $f$ est continue, intégrable sur $[1, \infty[$ et calculer son intégrale.

# Exercice 1

Montrer que $Gl_n(K)$ est un ouvert dense de $M_n(K)$.

# Exercice 2

1) Quel est le rayon de convergence de la série entière $\sum_{n\geq 1}(ln(n))x^n$ ?

2) Que dire de la convergence en $x = 1$ ?

3) Démontrer que la série de fonctions $\sum_{n\leq 1}(ln(1-\frac{1}{n})+\frac{1}{n})x^n$ converge normalement sur $[-1, 1]$.

# Exercice 3

1) Montrer qu'il existe une unique fonction $f : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$ telle que :

a) $f(x) \to 0$ quand $x \to \infty$

b) $\forall x \in \mathbb{R}_+^*,\ f(x) + f(x+1) = \frac{1}{x^2}$

Astuce : montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*, (-1)^{n-1}f(x+n) + f(x) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(-1)^k}{(x+k)^2}$.

2) Montrer que $f$ est continue, intégrable sur $[1, \infty[$ et calculer son intégrale.


# Exercice 1

Montrer que $Gl_n(K)$ est un ouvert dense de $M_n(K)$.

# Exercice 2

1) Quel est le rayon de convergence de la série entière $\sum_{n\geq 1}(ln(n))x^n$ ?

2) Que dire de la convergence en $x = 1$ ?

3) Démontrer que la série de fonctions $\sum_{n\leq 1}(ln(1-\frac{1}{n})+\frac{1}{n})x^n$ converge normalement sur $[-1, 1]$.

# Exercice 3

1) Montrer qu'il existe une unique fonction $f : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$ telle que :

a) $f(x) \to 0$ quand $x \to \infty$

b) $\forall x \in \mathbb{R}_+^*,\ f(x) + f(x+1) = \frac{1}{x^2}$

Astuce : montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*, (-1)^{n-1}f(x+n) + f(x) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(-1)^k}{(x+k)^2}$.

2) Montrer que $f$ est continue, intégrable sur $[1, \infty[$ et calculer son intégrale.