1 Niveau 1

1.1 Identités remarquables

Soient x, y et a des nombres réels. Développer les identités suivantes :

1. $(1+x)^2 =$
2. $(1-x)^2 =$
3. $(3+x)^2 =$
4. $(7-x)^2 =$
5. $(y+2x)^2 =$
6. $(a-5x)^2 =$
7. $(\sqrt{3}x-2)^2 =$
8. $(3+x)(3-x) =$
9. $(\sqrt{7}x-2)(2+\sqrt{7}x) =$
10. $(1+x)^3 =$

1.2 Traduction (mathématiques)

Quel est le mot français pour ces symboles, et quelle est leur définition ?

1. $=$
2. $<$
3. $>$
4. $\leq$
5. $\geq$
6. $\Leftarrow$
7. $\Rightarrow$
8. $\Longleftrightarrow$
9. $\forall$
10. $\exists$
11. $\exists\,!$

1.3 Logique

Dire si ces phrases sont vraies ou fausses.

1. Si j'habite en France, alors j'habite à Paris.
2. Si j'habite à Paris, alors j'habite en France.
3. J'habite en France si et seulement si j'habite à Paris.
   Alice décide que lorsqu'il pleut, elle prend son parapluie.
4. Alice a pris son parapluie aujourd'hui, alors il pleut.
5. Alice n'a pas pris son parapluie, alors il ne pleut pas.
6. Dans notre classe, tous les élèves ont entre 12 et 25 ans. Alors dans l'université, toutes les personnes ont entre 12 et 25 ans.
7. Alice habite dans une ville dont tous les habitants ont un pull rouge. Alice se rend dans une maison du village. Il existe une personne vivant dans la maison n'ayant pas de pull rouge.
8. La présidente de la République française doit habiter à Paris. Supposons que Alice soit présidente de la république. Alors Alice habite à Paris.

1.4 Logique mathématiques

Dire si ces phrases sont vraies ou fausses

1. $0^2 = 0$ et $1^2 = 1$. Alors, n'importe quel nombre reste inchangé lorsque l'on le met au carré.
2. Tout nombre réel est complexe. Alors tout nombre complexe est réel.
3. Soit E l'ensemble constitué des droites du plan. Soit $x \in E$. Alors x est un nombre.

1.5 Factorisation

Soient a et b des nombres réels. Factoriser ces expressions.

1. $a^3 - 3a =$
2. $a^2 + 2ab + b^2 =$
3. $9 + 12a + 4a^2 =$
4. $72 - 98a^2 =$

1.6 Développement

Soient a et b des nobres réels. Développer ces expressions.

1. $-(a-b) =$
2. $3(a+b) =$
3. $(a+b)(3-5b)$
4. $\sqrt{2}(a+\sqrt{2}b)(\frac{2}{3}b-a) =$

2 Niveau 2

2.1 Logique mathématiques

Compléter les pointillés par le connecteur logique qui s'impose : $\Longleftrightarrow$, $\Leftarrow$, $\Rightarrow$

1. Soit $x \in \mathbb{R}$. $x^2 = 4 \ldots\ldots x = 2$
2. Soit $x \in \mathbb{R}$. $x \geq 1 \ldots\ldots x > 0$
3. Soit $x \in \mathbb{N}$. $x \geq 1 \ldots\ldots x > 0$
4. Soient $x, y \in \mathbb{R}$. $x = y \ldots\ldots x^2 = y^2$
5. Soient $x, y \in \mathbb{R}$. $|x| + |y| = 0 \ldots\ldots |x+y| = 0$
6. Soient $x, y \in \mathbb{R}^+$. $x = y \ldots\ldots x^2 = y^2$
7. Soient $x, y, z \in \mathbb{R}$. $x = y \ldots\ldots xz = yz$
8. Soit $x \in \mathbb{R}$. $x^2 \geq x \ldots\ldots x > 1$

Nier la proposition : "tous les habitants aux yeux bleus du Havre gagneront au loto et prendront leur retraite avant 50 ans".

2.2 Simplification de fractions

Soit $x \in \mathbb{R}$. Simplifier au maximum ces expressions

1. $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} =$
2. $\frac{2}{3} * \frac{1}{5} =$
3. $3 * \frac{\sqrt{2}}{6} =$
4. $\frac{24}{8} =$
5. $\frac{4x+2x^2}{6x+2} =$
6. $\frac{1+x}{x} =$

2.3 Les nombres complexes

Réduire au maximum ces expressions

1. $i^2 =$
2. $3i^2 =$
3. $(3i)^2 =$
4. $2 + 3i + 5 - 4i =$
5. $\sqrt{5}i + 2 - (5i - \frac{2}{3})$
6. $(3 + i)(7 - 3i) =$
7. $(4 - i)(4 + i) =$

Donner le module et l'argument de ces nombres complexes

1. $z = 1 + i$
2. $z = 3 - i$
3. $z = 2i$
4. $z = \frac{5}{7}$

2.4 Racine carrée

Simplifier ces expressions.

1. $\sqrt{3^2} =$
2. $\sqrt{(-3)^2} =$
3. $\sqrt{12} =$
4. $(\sqrt{3})^2 =$
5. Soit $x \in \mathbb{R}$. $\sqrt{x^2} =$
6. Soit $x \in \mathbb{R}$. $(\sqrt{x})^2 =$

2.5 Puissances

Simplifier ces expressions.

1. $2^3 2^5 =$
2. $\frac{3^4}{3^6} =$
3. $\frac{3^2 5^5 2^3}{6^2 * 5} =$
4. Soient $x, y \in \mathbb{R}^*$. $\frac{2^7 * x^5 * 2y}{4^5 * x * y} =$
5. $5^{-3} * \frac{5^6}{2}$

2.6 Rédaction mathématiques

Dire si ces rédactions sont assez précises et vraies. Le cas échéant, corriger.

1. $f(x) = \frac{1}{x}$. $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$.
2. Soit f la fonction définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = 5x$. Alors f est croissante sur $\mathbb{R}$.
3. Soit $z = 3 + 2i \in \mathbb{C}$. Alors $a^2 + b^2 = 13$.
4. Soit $x \in \mathbb{R}$. Alors $3(x + 5) \Longleftrightarrow 3x + 15$.
5. Soit $x, y \in \mathbb{R}$. On résout le système suivant :
$$\begin{cases} x + y &= 3 \\ x - y &= 5 \end{cases}$$
On peut voir que
$$\begin{cases} x + y &= 3 \\ x - y &= 5 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 2x &= 8 \\ x - y &= 5 \end{cases}$$
$$\Longrightarrow \begin{cases} x &= 4 \\ y &= -1 \end{cases}$$
Et ainsi la solution est $(4, -1)$.