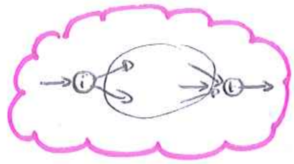
AUTOMATES NORMALISÉS, STANDARD

Sakarovitch p95
p100

Soit $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, I, F)$ un automate.

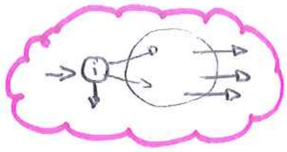
Déf

• $\mathcal{A}$ est normalisé, ou sous forme normale



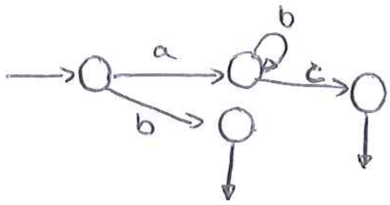
$\iff$ $\left\{ \begin{array}{l} I \text{ est un singleton } \{i\} \text{ et aucune transi° n'aboutit en } i \\ T \text{ ——— } \{t\} \text{ ——— ne part de } t \\ i \neq t \end{array} \right.$

• $\mathcal{A}$ est standard, ou sous forme standard

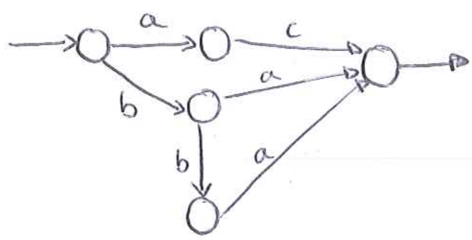


$\iff$ I est un singleton $\{i\}$ et aucune transition n'aboutit en i

ex



est standard
mais non normal.



est normal
et donc standard.

Pté Si $\mathcal{A}$ est normalisé, alors $\varepsilon \notin \mathcal{L}(\mathcal{A})$

Si L est reconnaissable alors $L \setminus \{\varepsilon\}$ est reconnaissable par un automate normalisé

Preuve a) Découle de la définition car $i \neq t$ (et il n'y a pas d'ε transition)

Si $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, I, F)$ un aut. fini reconnaissant L. On pose alors

b) $\mathcal{A}_{Nor} = (Q \cup \{i, t\}, \Sigma, \delta_{Nor}, \{i\}, \{t\})$.

$$\text{où } \delta_{Nor} = \delta \cup \{ i \xrightarrow{a} q \mid \text{il existe } j \in I \text{ tq } (j \xrightarrow{a} q) \in \delta \}$$
$$\cup \{ q \xrightarrow{a} t \mid \text{———} f \in F \text{ tq } (q \xrightarrow{a} f) \in \delta \}$$
$$\cup \{ i \xrightarrow{a} t \mid \text{il existe } j \in I \text{ et } f \in F \text{ tq } (j \xrightarrow{a} f) \in \delta \}$$

Puisque i et t n'appartiennent pas à Q, ils n'apparaissent dans aucune transition de δ, par construction, aucune trans° de δ_{Nor}

n'aboutit en i, et aucune ne part de t. Donc $\mathcal{A}_{\text{Nor}}$ est bien normalisé.

Reste à vérifier que $\mathcal{L}(\mathcal{A}_{\text{Nor}}) = \mathcal{L}(\mathcal{A})_{\setminus\{\varepsilon\}} = L_{\setminus\{\varepsilon\}}$. $\square$

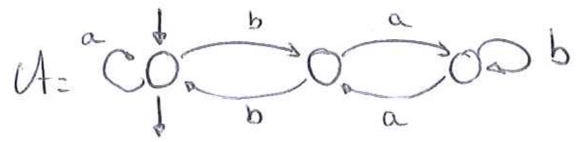
Pté Si $\mathcal{A}$ est fini son normalisé aussi

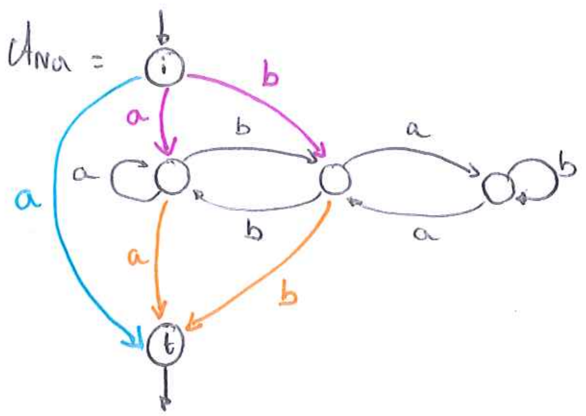
⚠ Même si $\mathcal{A}$ est déterministe, $\mathcal{A}_{\text{Nor}}$ ne l'est pas - sauf cas triviaux.

En revanche si $\mathcal{A}$ est non ambigu, $\mathcal{A}_{\text{Nor}}$ l'est aussi,

c-à-d que
- → Étant donnés $(p,q) \in Q^2$, $w \in \Sigma^*$, il existe au + un calcul $p \xrightarrow{w}{}^{*} q$ dans $\mathcal{A}$
- → Étant donné $w \in \mathcal{L}(\mathcal{A})$, il existe un unique $i \in I$ et un unique $t \in T$ tq $i \xrightarrow{w}{}^{*} t$ de $\mathcal{A}$.

ex





Pté Si L est reconnaissable il existe un automate standard reconnaissant L.

Aut dit tout automate est équivalent à un automate standard.

De plus si l'automate est fini son "standardisé" aussi.

Preuve Si $L = \mathcal{L}(\mathcal{A})$ où $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, I, F)$ on pose $\mathcal{A}_{\text{Stan}}$ $(Q \cup \{i\}, \Sigma, \delta_{\text{Stan}}, \{i\}, F)$

où $\delta_{\text{Stan}} = \delta \cup \{ i \xrightarrow{a} q \mid \text{il existe } j \in I,\ j \xrightarrow{a} q \}$.

ex