DIFFÉRENTES FORMES DE GRAMMAIRE

Aut(94) chap 8.

Soit $G = (\Sigma, \Gamma, R, S)$ une grammaire algébrique pointée, ie pour laquelle on a fixé son axiome ici S.

Déf (p 79)

G est réduite (pour S) $\Leftrightarrow \begin{cases} \forall X \in \Gamma, \ L_G(X) \neq \emptyset \\ \forall X \in \Gamma, \ \exists (\alpha, \beta) \in (\Sigma \cup \Gamma)^*, \ \alpha X \beta \in \widehat{L_G(S)} \end{cases}$

$\Leftrightarrow$ { aucune variable n'engendre un langage vide.
chaque variable apparait au moins dans 1 dérivation de S

L'idée c'est que chaque variable doit être "utile"

ex

G_1 : $S \to T$
$T \to A | B$
$A \to a | A$
$B \to \mathcal{E}$

n'est pas réduite car $L_G(B) = \emptyset$

G_2 : $S \to T$
$T \to A | \varepsilon$
$A \to a | A$
$B \to b$

n'est pas réduite car B n'apparaitra dans aucune dérivation de S.

G_3 : $S \to T$
$T \to A | \mathcal{E}$
$A \to a | A$

est réduite. $\left(\begin{array}{l} L_G(S) = L_G(T) = a^* \ ; \ L_G(A) = a^+ \\ S \to T \ \text{ et } S \to T \to A. \quad (S \to S) \end{array} \right)$

Déf (p 82)

G est propre $\Leftrightarrow$ elle ne contient aucune règle de la forme $X \to \mathcal{E}$ ni de la forme $X \to Y$

ex G_3 n'est pas propre car elle contient $T \to \mathcal{E}$ et $T \to A$.

G_4 : $S \to aS | a$ est propre (et réduite)

Rq $L(G_4) = a^+ = L(G_3) \setminus \{\varepsilon\}$.

⚠ propre $\not\Rightarrow$ réduite ex G_5 : $S \to aS | a$
$B \to b$
propre mais non réduite

réduite $\not\Rightarrow$ propre ex G_3

Déf (p87)

G est sous **forme normale de Chomsky** (**FNC**) ou **forme normale quadratique**

$\Leftrightarrow$ toutes les règles de G sont de la forme $X \to YZ$ ou $X \to a$.

ex
G_6 : $S \to UV$
$U \to u$
$V \to VW \mid v$
$W \to w$

est sous forme normale de Chomsky. (et réduite)

G_1 n'est pas sous FNC car elle contient la règle $S \to T$

Pté FNC $\Rightarrow$ propre mais ⚠ FNC $\not\Rightarrow$ réduite

ex
$X \to XX$
$Y \to a$.