

GRAMMAIRE ET DÉRIVATIONS

Fixons $G = (\Sigma, \Gamma, R)$ une grammaire algébrique.

Déf. Un arbre de dérivation partielle est un arbre fini dont les nœuds sont étiquetés par $\Sigma \cup \Gamma \cup \{\epsilon\}$ et d'arité quelconque pourvu que pour tout nœud étiqueté par $X \in \Sigma$, ses fils étiquetés par a_1, \dots, a_n vérifient $X \rightarrow a_1 a_2 \dots a_n$.

- La concaténation de ses feuilles de gauche à droite est appelée sa frontière (c'est un mot de $(\Sigma \cup \Gamma)^*$)
- Si toutes ses feuilles sont étiquetées par des terminaux on parle d'arbre de dérivation (ss-entendu totale), et sa frontière est un mot de Σ^*

Si il existe un mot α de Σ^* qui est frontière de plusieurs arbres de dérivation, on dit que la grammaire est ambiguë (ou de $(\Sigma \cup \Gamma)^*$ sa doit être équivalent).
dont la racine a la même étiquette

Pré Pour toute variable X , pour tout mot $\alpha \in (\Sigma \cup \Gamma)^*$

$X \xrightarrow{*} \alpha \iff$ il existe un arbre de dérivation partielle dont la frontière est α et dont la racine est étiquetée par X

Co $\hat{L}_G(X)$ est l'ensemble des frontières d'arbres de dérivation partielle de racine étiquetée par X .

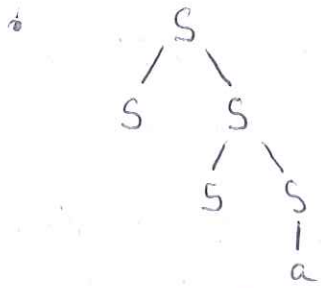
- $L_G(X)$ est l'ensemble des frontières d'arbre de dérivation de racine étiquetée par X .

ex $G = S \rightarrow SS \mid a$

G est ambiguë

$$\widehat{L}_G(S) = \{a, S\}^+$$

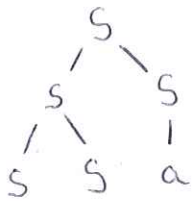
$$\widehat{L}_G(S) = \{a\}^+$$



est un arbre de dérivation parallèle de frontière SSa .

On a bien $\underbrace{S}_{\text{racine}} \xrightarrow{*} \underbrace{SSa}_{\text{frontière}}$

par $S \rightarrow \underline{SS} \rightarrow \underline{SSS} \rightarrow SSa$



est un autre arbre de dérivation parallèle de même frontière.

il suggère plutôt $S \rightarrow \underline{SS} \rightarrow \underline{SSS} \rightarrow SSa$

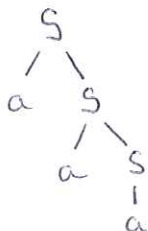
mais aussi $S \rightarrow \underline{SS} \rightarrow \underline{Sa} \rightarrow SSa$.

|| D'un arbre de dérivation (parallèle) on ne peut pas déduire une temporalité des transformations

|| D'une succession de flèches (avec des mots non marqués) on ne peut pas déduire quelles règles on été appliquées à qui

($\{S \rightarrow SS, T \rightarrow ST\}$ et $ST \rightarrow SST$ est-ce $S(T) \rightarrow SS(T)$ ou $(S)T \rightarrow (S)ST$?)

ex $G' = S \rightarrow aSa$. $\widehat{L}_{G'}(S) = \{a\}^* \{S, a\}$ $L_{G'}(S) = \{a\}^+$



est un arbre de dérivation de frontière aSa et c'est le seul de racine S .

G' n'est pas ambiguë