

Couplage leçons/développements

21 décembre 2013

Vous trouverez dans ce document la liste de mes couplages leçon/développements. Il va sans dire que cette liste est à prendre avec du recul : il est probable que certains de mes choix soient fort discutables !

1 Algèbre

101- Groupes opérant sur un ensemble. Exemples et applications.

- Théorème de Wedderburn.
- Théorème de Molien.

102- Groupe des nombres complexes de module 1. Sous-groupes des racines de l'unité. Applications.

- Théorème de Wedderburn.
- Irréductibilité des polynômes cyclotomiques.

103- Exemples et applications des notions de sous-groupe distingué et de groupe quotient.

- Simplicité du groupe alterné.
- Théorème de Frobenius-Zolotarev.

104- Groupes finis. Exemples et applications.

- Simplicité du groupe alterné.
- Théorème de Burnside.

105- Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.

- Simplicité du groupe alterné.
- Théorème de structure des polynômes symétriques.

106- Groupe linéaire d'un espace de dimension finie E , sous-groupes de $GL(E)$. Applications.

- Théorème de Burnside.
- Théorème de Frobenius-Zolotarev.

107- Représentations et caractères d'un groupe fini sur un \mathbb{C} -espace vectoriel.

- Théorème de Molien.
- Table de caractère de \mathfrak{S}_4 .

108- Exemples de parties génératrices d'un groupe. Applications.

- Théorème de Frobenius-Zolotarev.
- Simplicité du groupe alterné.

109- Représentations de groupes finis de petit cardinal.

- Table de caractère de \mathfrak{S}_4 .
- Table de caractère du groupe diédral.

120- Anneaux $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications.

- Théorème des deux carrés.
- Théorème de Erdős-Ginzburg-Ziv.

121- Nombres premiers. Applications.

- Théorème des deux carrés.
- Théorème de Erdős-Ginzburg-Ziv.

122- Anneaux principaux. Exemples et applications.

- Théorème des deux carrés.
- $\mathbb{C}[X, Y]/(Y - X^2)$ et $\mathbb{C}[X, Y]/(XY - 1)$ sont principaux.

123- Corps finis. Applications.

- Théorème de Erdős-Ginzburg-Ziv.
- Théorème des deux carrés.
- Théorème de Frobenius-Zolotarev.
- Théorème de Wedderburn.

- 124- Anneau des séries formelles. Applications.**
- Théorème de Molien.
 - Partitions d'un entier en parts fixées.
- 125- Extensions de corps. Exemples et applications.**
- Groupe des K -automorphismes de $K(X)$.
 - Irréductibilité des polynômes cyclotomiques/
- 140- Corps des fractions rationnelles à une indéterminée sur un corps commutatif. Applications.**
- Groupe des K -automorphismes de $K(X)$.
 - Partitions d'un entier en parts fixées.
 - Théorème de Rothstein-Trager.
- 141- Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.**
- Irréductibilité des polynômes cyclotomiques.
 - Groupe des K -automorphismes de $K(X)$.
- 142- Algèbre des polynômes à plusieurs indéterminées. Applications.**
- Théorème de Molien.
 - Théorème de structure des polynômes symétriques.
- 143- Résultant. Applications.**
- Théorème de Rothstein-Trager.
 - Loi de réciprocité quadratique.
- 144- Racines d'un polynôme. Fonctions symétriques élémentaires. Localisation des racines dans les cas réels et complexes.**
- Théorème de structure des polynômes symétriques.
 - Ellipse de Steiner : racines de la dérivée d'un polynôme de degré 3.
- 150- Exemples d'actions de groupe sur les espaces de matrice.**
- Réduction des endomorphismes symétriques.
 -
- 151- Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera au cas de la dimension finie). Rang. Exemples et applications.**
- Théorème des extrema-liés.
 - Réduction des endomorphismes symétriques.
- 152- Déterminant. Exemples et applications.**
- Ellipsoïde de John-Loewner.
 - Théorème de Frobenius-Zolotarev.
- 153- Polynômes d'endomorphisme en dimension finie. Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.**
- Décomposition de Dunford.
 - Théorème de Burnside.
- 154- Sous-espaces stables par un endomorphisme ou une famille d'endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.**
- Réduction des endomorphismes autoadjoints.
 - Décomposition de Dunford.
- 155- Endomorphismes diagonalisables en dimension finie.**
- Décomposition de Dunford.
 - Réduction des endomorphismes autoadjoints.
- 156- Exponentielle de matrices. Applications.**
- Surjectivité de l'exponentielle.
 - Théorème de Lyapunov.
- 157- Endomorphismes trigonalisables. Endomorphismes nilpotents.**
- Théorème de Burnside.
 - Décomposition de Dunford.
- 158- Matrices symétriques réelles. Matrices hermitiennes.**
- Réduction des endomorphismes autoadjoints.
 - Ellipsoïde de John-Loewner.
- 159- Formes linéaires et hyperplans en dimension finie. Exemples et applications.**
- Théorème des extrema liés.
 - Réduction des endomorphismes autoadjoints.
- 160- Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien (de dimension finie).**
- Réduction des endomorphismes autoadjoints.

- Ellipsoïde de John-Loewner.
- Hausdorffien d'un endomorphisme en dimension 2.
- 161- Isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie. Applications en dimension 2 et 3.**
- Hausdorffien d'un endomorphisme en dimension 2.
-
- 162- Systèmes d'équations linéaires ; opérations, aspects algorithmiques et conséquences théoriques.**
-
-
- 170- Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogonalité, isotropie. Applications.**
- Lemme de Morse.
- Ellipsoïde de John-Loewner.
- 171- Formes quadratiques réelles. Exemples et applications.**
- Lemme de Morse.
- Ellipsoïde de John-Loewner.
- 180- Coniques. Applications.**
- Ellipse de Steiner : racines de la dérivée d'un polynôme de degré 3.
- Hausdorffien d'un endomorphisme en dimension 2.
- 181- Barycentres dans un espace affine réel de dimension finie, convexité. Applications.**
- Hausdorffien d'un endomorphisme en dimension 2.
-
- 182- Applications des nombres complexes à la géométrie.**
- Hausdorffien d'un endomorphisme en dimension 2.
- Ellipse de Steiner : racines de la dérivée d'un polynôme de degré 3.
- 183- Utilisation des groupes en géométrie.**
-
-
- 190- Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement.**
- Théorème de Erdős-Ginzburg-Ziv.
- Partition d'un entier en parts fixées.

2 Analyse et Probabilités

- 201- Espaces de fonctions : exemples et applications.**
- Théorème de Paley-Wiener.
- Densité des polynômes orthogonaux.
- Théorème de Grothendieck.
- 202- Exemples de parties denses et applications.**
- Densité des polynômes orthogonaux.
- Critère de Weyl.
- 203- Utilisation de la notion de compacité.**
- Théorème de Hadamard-Lévy.
- Ellipsoïde de John-Loewner.
- 204- Connexité. Exemples et applications.**
- Théorème de Hadamard-Lévy.
- Surjectivité de l'exponentielle.
- 205- Espaces complets. Exemples et applications.**
- Théorème de Grothendieck.
- Théorème de Stampacchia.
- 206- Théorèmes de point fixe. Exemples et applications.**
- Théorème de Cauchy-Lipschitz global.
- Théorème de Stampacchia.
- 207- Prolongement de fonctions. Exemples et applications.**
- Densité des polynômes orthogonaux.
- Théorème de Hardy-Littlewood.
- Prolongement méromorphe de la fonction Gamma d'Euler.
- 208- Espaces vectoriels normés, applications linéaires continues. Exemples.**

- Théorème de Grothendieck.
- Théorème de Stampacchia.
- 213- Espaces de Hilbert. Bases hilbertiennes. Exemples et applications.**
 - Théorème de Grothendieck.
 - Théorème de Stampacchia.
 - Densité des polynômes orthogonaux.
- 214- Théorème d'inversion locale. Théorème des fonctions implicites. Exemples et applications.**
 - Théorème d'Hadamard-Lévy.
 - Surjectivité de l'exponentielle.
 - Théorème des extrema-liés.
- 215- Applications différentiables sur un ouvert de \mathbb{R}^n . Exemples et applications.**
 - Théorème d'Hadamard-Lévy.
 - Surjectivité de l'exponentielle.
 - Théorème des extrema-liés.
- 216- Étude métrique de courbes. Exemples.**
 - Inégalité isopérimétrique.
 - Le vélo à roues carrées.
- 217- Sous-variétés de \mathbb{R}^n . Exemples.**
 - Théorème des extrema liés.
 - Sous-groupes de matrices.
- 218- Applications des formules de Taylor.**
 - Lemme de Morse.
 - Méthode de Newton.
- 219- Problèmes d'extremum.**
 - Théorème des extrema liés.
 - Ellipsoïde de John-Loewner.
- 220- Équations différentielles $X' = f(t, X)$. Exemples d'études qualitatives des solutions.**
 - Théorème d'Hadamard-Lévy.
 - Théorème de Lyapunov.
 - Théorème de Cauchy-Lipschitz global.
- 221- Équations différentielles linéaires. Systèmes d'équations différentielles linéaires. Exemples et applications.**
 - Théorème de Cauchy-Lipschitz global et application au cas linéaire.
 - Théorème de Lyapunov.
- 223- Convergence des suites numériques. Exemples et applications.**
 - Critère de Weyl.
 - Méthode de Newton.
- 224- Comportement asymptotique des suites numériques. Rapidité de convergence. Exemples.**
 - Méthode de Newton.
 - Théorème de Stone-Weierstrass par les polynômes de Bernstein.
- 226- Comportement d'une suite réelle ou vectorielle définie par une itération $u_{n+1} = f(u_n)$. Exemples.**
 - Théorème de Sarkowski.
 - Méthode de Newton.
- 228- Continuité et dérivabilité des fonctions réelles d'une variable réelle. Exemples et contre-exemples.**
 - Méthode de Newton.
 - Théorème de Sarkowski.
 - Théorème de Stone-Weierstrass par les polynômes de Bernstein.
- 229- Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.**
 - Algorithme du gradient à pas optimal.
 - Méthode de Newton.
 - Ellipsoïde de John-Loewner.
- 230- Séries de nombres réels ou complexes. Comportement des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Exemples.**
 - Théorème de Hardy-Littlewood.
 -
- 232- Méthodes d'approximation des solutions d'une équation $F(X) = 0$. Exemples.**
 - Algorithme du gradient à pas optimal.

- Méthode de Newton.
- 234- Espaces L^p , $1 \leq p \leq \infty$.**
 - Théorème de Paley-Wiener.
 - Théorème de Grothendieck.
 - Densité des polynômes orthogonaux.
- 235- Suites et séries de fonctions intégrables. Exemples et applications.**
 - Résolution de l'équation de la chaleur par les séries de Fourier.
 - Formule sommatoire de Poisson.
 - Théorèmes de Dini et application au théorème de Glivenko-Cantelli.
 - Théorème de Féjer.
- 236- Illustrer par des exemples quelques méthodes de calcul d'intégrales de fonctions d'une ou plusieurs variables réelles.**
 - Théorème de Rothstein-Trager.
 - Calcul de l'intégrale de Fresnel.
 - Théorème d'isomorphisme de Fourier.
- 239- Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre. Exemples et applications.**
 - Théorème de Paley-Wiener.
 - Théorème d'isomorphisme de Fourier.
 - Résolution de l'équation de la chaleur par les séries de Fourier.
 - Calcul de l'intégrale de Fresnel.
- 240- Produit de convolution, transformation de Fourier. Applications.**
 - Densité des polynômes orthogonaux.
 - Théorème de Paley-Wiener.
 - Théorème d'isomorphisme de Fourier.
 - Théorème de Féjer.
 - Résolution de l'équation de Schrodinger.
 - Formule sommatoire de Poisson.
- 241- Suites et séries de fonctions. Exemples et contre-exemples.**
 - Résolution de l'équation de la chaleur par les séries de Fourier.
 - Théorèmes de Dini et application au théorème de Glivenko-Cantelli.
 - Formule sommatoire de Poisson.
 - Théorème de Stone-Weierstrass par les polynômes de Bernstein.
- 243- Convergence des séries entières, propriétés de la somme. Exemples et applications.**
 - Théorème de Hardy-Littlewood.
-
- 245- Fonctions holomorphes et méromorphes sur un ouvert de \mathbb{C} . Exemples et applications.**
 - Théorème de Paley-Wiener.
 - Densité des polynômes orthogonaux.
 - Formule sommatoire de Poisson.
- 246- Séries de Fourier. Exemples et applications.**
 - Résolution de l'équation de la chaleur par les séries de Fourier.
 - Formule sommatoire de Poisson.
 - Théorème de Féjer.
- 247- Exemples de problèmes d'interversion de limites.**
 - Théorème de Hardy-Littlewood.
 - Résolution de l'équation de la chaleur par les séries de Fourier.
 - Formule sommatoire de Poisson.
 - Théorème de Féjer.
- 249- Suites de variables de Bernoulli indépendantes.**
 - Théorème des événements rares de Poisson.
 - Théorème de Stone-Weierstrass par les polynômes de Bernstein.
- 250- Loi des grands nombres. Théorème central limite. Applications.**
 - Théorème des événements rares de Poisson.
 - Théorème de Stone-Weierstrass par les polynômes de Bernstein.
 - Théorèmes de Dini et application au théorème de Glivenko-Cantelli.
- 251- Indépendance d'évènements et de variables aléatoires. Exemples.**
 - Théorème des événements rares de Poisson.
 - Théorème de Stone-Weierstrass par les polynômes de Bernstein.

- Théorèmes de Dini et application au théorème de Glivenko-Cantelli.
- 252- Loi binomiale. Loi de Poisson. Applications.**
 - Théorème des événements rares de Poisson.
 - Théorème de Stone-Weierstrass par les polynômes de Bernstein.
- 253- Utilisation de la notion de convexité en analyse.**
 - Algorithme du gradient à pas optimal.
 - Ellipsoïde de John-Loewner.
- 254- Espaces de Schwartz $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$ et distributions tempérées. Transformation de Fourier dans $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$ et dans $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^d)$**
 - Résolution de l'équation de Schrodinger.
 - Théorème d'isomorphisme de Fourier.
- 255- Espaces de Schwartz. Distributions. Dérivation au sens des distributions.**
 - Résolution de l'équation de Schrodinger.
 - Théorème d'isomorphisme de Fourier.