Le Mans Université
SAF 04/10/23

Année universitaire 23-24
Nom :
Prénom :

Interro 1 : Algèbre linéaire 2

Durée : 30 minutes

Question 1 Soit E un espace vectoriel de dimension $n \in \mathbb{N}^*$ et F un espace vectoriel de dimension p. Soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$. Donner la définition de l'espace Image (Imf) et montrer que c'est un sous espace vectoriel de F.

Question 2 Donner la définition du produit de deux matrices.

Question 3 Soit E un espace vectoriel de dimension $n \in \mathbb{N}^*$ et F un espace vectoriel de dimension p. Soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$. Dire si les assertions suivantes sont vraies ou fausses. Justifier si l'assertion est vraie et donner un contre exemple si elle est fausse.

1. Si $n > p$ f ne peut pas être injective.
2. Si f est surjective on a nécessairement $n \leqslant p$.

Question 4 On considère deux $\mathbb{R}$-espaces vectoriels de dimensions finies :
- E de dimension p, muni d'une base $\mathcal{B} = (e_1, \ldots, e_p)$.
- F de dimension n, muni d'une base $\mathcal{F} = (f_1, \ldots, f_n)$.

On définit l'application $\Phi_{\mathcal{B},\mathcal{F}} : \mathcal{L}(E, F) \to \mathcal{M}_{np}(\mathbb{R})$, définie $\forall f \in \mathcal{L}(E, F)$ par

$$\Phi_{\mathcal{B},\mathcal{F}}(f) = M_{\mathcal{B},\mathcal{F}}(f)$$

Montrer que $\Phi_{\mathcal{B},\mathcal{F}}$ est une application linéaire.