Exercice. Résoudre l'équation différentielle $y'(t) + y(t) = \frac{1}{1+e^t}$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice. Résoudre l'équation différentielle $y''(t) - 4y'(t) + 3y(t) = (2t+1)e^{-t}$.

Exercice. Déterminer les solutions réelles du système différentielle $X'(t) = AX(t)$ avec

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Exercice. On munit $\mathbb{R}^n$ de sa structure euclidienne canonique. Montrer que les assertions suivantes sont équivalentes :

1. A est antisymétrique.
2. Toutes les solutions de $X'(t) = AX(t)$ sont de norme constante.

Exercice. Résoudre l'équation différentielle $(1+t)y'(t) + y(t) = 1 + \ln(1+t)$ sur $]-1, +\infty[$.

Exercice. Résoudre l'équation différentielle $y''(t) - 4y'(t) + 3y(t) = (2t+1)e^{t}$.

Exercice. Résoudre le système différentiel $\left\{ \begin{array}{l} x_1'(t) = 6x_1(t) + 3x_2(t) - 3t + 4e^{3t} \\ x_2'(t) = -4x_1(t) - x_2(t) + 4t - 4e^{3t} \end{array} \right.$

Exercice. Soit $A \in M_2(\mathbb{C})$. Montrer que les solutions de $X'(t) = AX(t)$ tendent vers 0 en $+\infty$ si et seulement si les valeurs propres de A sont toutes de partie réelle strictement négative.

Exercice. Résoudre l'équation différentielle $y'(t) - \frac{y(t)}{t} = t^2$ sur $]0, +\infty[$.

Exercice. Résoudre l'équation différentielle $y''(t) + 2y'(t) + 4y(t) = te^t$.

Exercice. Résoudre le système différentel $\left\{ \begin{array}{l} x_1'(t) = 2x_1(t) + x_3(t) \\ x_2'(t) = x_1(t) - x_2(t) - x_3(t) \\ x_3'(t) = -x_1(t) + 2x_2(t) + 2x_3(t) \end{array} \right.$

Exercice. Montrer que $f : t \in \mathbb{R}_+^* \longmapsto e^{-\frac{1}{t^2}}$ (prolongée par 0 en 0) n'est solution d'aucune équation différentielle linéaire homogène.

=