Exercice. Résoudre l'équation différentielle $y'(t) + y(t) = \frac{1}{1+e^t}$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice. Résoudre l'équation différentielle $y''(t) - 4y'(t) + 3y(t) = (2t+1)e^{-t}$.

Exercice. Déterminer les solutions réelles du système différentielle $X'(t) = AX(t)$ avec

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Exercice. On munit $\mathbb{R}^n$ de sa structure euclidienne canonique. Montrer que les assertions suivantes sont équivalentes :

1. A est antisymétrique.
2. Toutes les solutions de $X'(t) = AX(t)$ sont de norme constante.

Exercice. Soit $f \in C^1(\mathbb{R})$ tel que $f(x) + f'(x) \underset{x\to+\infty}{\longrightarrow} 0$. Montrer que $f(x) \underset{x\to+\infty}{\longrightarrow} 0$.

Correction en ligne sur http ://perso.eleves.ens-rennes.fr/ dcaci409/Kholles.html ou en tapant "Dorian Cacitti-Holland page personnelle" dans la barre de recherche

Exercice. Résoudre l'équation différentielle $(1+t)y'(t)+y(t)=1+\ln(1+t)$ sur $]-1,+\infty[$.

Exercice. Résoudre l'équation différentielle $y''(t)-4y'(t)+3y(t)=(2t+1)e^t$.

Exercice. Résoudre le système différentiel $\left\{\begin{array}{l} x_1'(t)=6x_1(t)+3x_2(t)-3t+4e^{3t} \\ x_2'(t)=-4x_1(t)-x_2(t)+4t-4e^{3t} \end{array}\right.$

Exercice. Soit $A\in M_2(\mathbb{C})$. Montrer que les solutions de $X'(t)=AX(t)$ tendent vers 0 en $+\infty$ si et seulement si les valeurs propres de A sont toutes de partie réelle strictement négative.

Exercice. Soit $f:\mathbb{R}_+\longrightarrow\mathbb{R}$ continue intégrable. On considère l'équation différentielle $y''+f(t)y=0$ sur $\mathbb{R}_+$. Montrer que l'équation admet une solution non bornée.

Correction en ligne sur http ://perso.eleves.ens-rennes.fr/ dcaci409/Kholles.html ou en tapant "Dorian Cacitti-Holland page personnelle" dans la barre de recherche

Exercice. Résoudre l'équation différentielle $y'(t) - \frac{y(t)}{t} = t^2$ sur $]0, +\infty[$.

Exercice. Résoudre l'équation différentielle $y''(t) + 2y'(t) + 4y(t) = te^t$.

Exercice. Résoudre le système différentel $\begin{cases} x_1'(t) = 2x_1(t) + x_3(t) \\ x_2'(t) = x_1(t) - x_2(t) - x_3(t) \\ x_3'(t) = -x_1(t) + 2x_2(t) + 2x_3(t) \end{cases}$

Exercice. Montrer que $f : t \in \mathbb{R}_+^* \longmapsto e^{-\frac{1}{t^2}}$ (prolongée par 0 en 0) n'est solution d'aucune équation différentielle linéaire homogène.

Exercice. Déterminer une équation différentielle homogène du second ordre admettant les solutions ϕ_1 et ϕ_2 définies par

$$\phi_1(x) = e^{x^2}, \phi_2(x) = e^{-x^2}.$$

Correction en ligne sur http ://perso.eleves.ens-rennes.fr/ dcaci409/Kholles.html ou en tapant "Dorian Cacitti-Holland page personnelle" dans la barre de recherche