

LE MANS UNIVERSITÉ, LICENCE 1 – ANNÉE 2022/23  
Remise à niveau – Feuille 3

**Exercice 1 Fonctions.**

Simplifier les expressions suivantes.

$$A = e^{2a} \times e^{2b}$$

$$D = \ln(x) \times \ln(x^2)$$

$$G = \ln(2e^3)$$

$$B = \ln(1-a) + \ln(1+a)$$

$$E = \frac{(e^2)^3}{e}$$

$$H = \sqrt{e^2 \ln(x^4)}$$

$$C = e^x + e^{2x}$$

$$F = e^{2\ln(3)}$$

$$I = \frac{\ln(\sqrt{2})}{2\ln(4)}$$

---

**Exercice 2 Antécédents.**

- 1) Quels sont le ou les antécédents de 2 par la fonction  $f(x) = \frac{-1}{x}$  ?
  - 2) Quels sont le ou les antécédents de  $\frac{1}{3}$  par la fonction  $f(x) = \frac{1}{3x}$  ?
  - 3) Quels sont le ou les antécédents de 3 par la fonction  $f(x) = \sqrt{2x}$  ?
  - 4) Quels sont le ou les antécédents de 4 par la fonction  $f(x) = \sqrt{\frac{-x}{4}}$  ?
  - 5) Quels sont le ou les antécédents de  $-1$  par la fonction  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$  ?
  - 6) Quels sont le ou les antécédents de 5 par la fonction  $f(x) = (2x)^2$  ?
  - 7) Quels sont le ou les antécédents de  $-1$  par la fonction  $f(x) = (x-1)^2 - 2$  ?
  - 8) Quels sont le ou les antécédents de 2 par la fonction  $f(x) = 2 - x^2$  ?
- 

**Exercice 3 Dérivées.**

Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

$$1) f(x) = x^2 - 7x - 6$$

$$4) f(x) = (x-1)(x-2)$$

$$7) f(x) = xe^x$$

$$2) f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 169x$$

$$5) f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$8) f(x) = \frac{1}{\ln(x)}$$

$$3) f(x) = 2x + 1 + \frac{1}{x}$$

$$6) f(x) = \frac{\sqrt{x} + 1}{x-1}$$

$$9) f(x) = \ln(x)e^x$$

---

### Exercice 4 Intégration.

Calculer les intégrales suivantes.

- |   |   |                                    |
|---|---|------------------------------------|
| 1) $\int_{-3}^3 (x^2 - 4)dx$                      | 4) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos(x)dx$               | 7) $\int_1^0 x(x-3)(1-2x)dx$       |
| 2) $\int_1^2 \left(x + 1 + \frac{1}{x}\right) dx$ | 5) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \sin(x)dx$ | 8) $\int_1^4 \frac{x}{\sqrt{x}}dx$ |
| 3) $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}}dx$                | 6) $\int_{-1}^1 (x-1)(2-x)dx$                       |                                    |
- 

### Exercice 5 Limites.

Calculer les limites suivantes.

- |  |  |  |
|--|--|--|
| 1) $\lim_{x \rightarrow 0} e^x + x + x^2 + 4.$                 | 5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} + x.$                     | 9) $\lim_{x \rightarrow -1} \ln \left( \frac{1}{(x+1)^2} \right).$ |
| 2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x+3)}{2 \ln(\sqrt{2x})}.$ | 6) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} + 2x + 1.$                    | 10) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{1+3x}.$              |
| 3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2x} + \ln(x).$             | 7) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} + 2x + 1.$                    | 11) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x-9}{2x+1}.$              |
| 4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{3x} + x.$                  | 8) $\lim_{x \rightarrow \pi} \cos \left( x + \frac{x-\pi}{3} \right).$ | 12) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 5}{x-4}.$        |
- ★ Plus difficile :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(x)}{x}$  et  $\lim_{x \rightarrow 0} x \cos \left( \frac{1}{x} \right).$
- 

### Exercice 6 Mise en équation.

Un commerçant vend en moyenne 100 jeux vidéo par mois au prix unitaire de 50 euros. Cependant chaque réduction de 1 euro sur le prix unitaire lui permettrait d'en vendre 5 supplémentaires. À quel prix unitaire devrait-il vendre ses jeux pour que son revenu total soit maximum ? Combien en vendrait-il alors ?

---

### Exercice 7 Plus compliquée.

Une source lumineuse ponctuelle est située en un point  $S$ . Son éclairage au point  $P$  est égal au quotient de l'intensité de la source par le carré de la distance entre les points  $P$  et  $S$ . On suppose que le quotient des intensités de deux sources lumineuses situées aux points  $A$  et  $B$  distants d'une longueur  $L$  est égal à  $8/27$ . Sur le segment  $[AB]$ , quel est alors l'emplacement du point qui reçoit l'éclairage minimum ?