

Aucun document n'est autorisé. La calculatrice est interdite.

Durée de l'épreuve : 1 heure

Préciser votre numéro de groupe sur la copie

Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction. Toute réponse devra être précisément justifiée. Pour les applications numériques, les résultats seront donnés à 10^{-1} près et les fractions devront être simplifiées au maximum.

Exercice 1

Voici le nombre de livres lus chaque semaine par un individu, sur 22 semaines :

1 ; 1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 2 ; 2 ; 2 ; 2 ; 2 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 4 ; 4 ; 4 ; 5 ; 5 ; 7 ; 7

(2 points) Dessiner le diagramme en boîte à moustache de cette série statistique.

Exercice 2

On s'intéresse aux salaires des employés au sein d'une entreprise.

Montant du salaire	[0,1000[[1000,1400[[1400,2000[[2000,3000[
Nombre de salariés	40	20	30	10

On se placera sous l'hypothèse que les données sont uniformément réparties à l'intérieur des classes.

- (1 point) Calculer le salaire moyen.
- (1.5 points) Tracer l'histogramme. On pourra, si l'on préfère, raisonner en milliers d'euros.
- (1.5 points) Tracer la courbe des fréquences cumulées.
- (1.5 points) Calculer le salaire médian.

Exercice 3

On a demandé à 50 étudiants le nombre $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_{50})$ d'exercices de statistiques faits en un mois ainsi que le nombre $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_{50})$ de jours de pratique sportive le même mois. On a obtenu

$$\frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} x_i = 10, \quad \text{var}(\mathbf{x}) = 200, \quad \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} y_i = 20, \quad \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} y_i^2 = 500, \quad \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} y_i x_i = 150.$$

- (1.5 points) Calculer la covariance entre \mathbf{y} et \mathbf{x} .
- (1.5 points) Donner les formules théoriques pour les coefficients de la droite de régression de \mathbf{y} sur \mathbf{x} . Les appliquer aux données de l'énoncé.
- (1 point) Calculer le nombre de jours de pratique sportive mensuel prédit pour un étudiant qui fait 6 exercices de statistique dans le mois.
- (2 points) Donner les formules théoriques permettant de calculer le coefficient de corrélation observé. Les appliquer aux données de l'énoncé.
- (1 point) Étudier la qualité de l'ajustement.

Exercice 4

On s'intéresse aux notes de deux classes, x_1, \dots, x_{20} pour la classe A, et y_1, \dots, y_{30} pour la classe B. La moyenne dans la classe A est de 13 avec un écart-type de 1, et de 8 dans la classe B avec un écart-type de 4.

- (1 point) Quelle est la moyenne globale sur les deux classes ?
- (2 points) L'enseignant envisage de remonter chaque note de la classe B de deux points. Quelle nouvelle moyenne obtiendra-t-il pour la classe B ? Quel sera le nouvel écart-type de la classe B ?
- (2 points) Il envisage de multiplier chaque note de la classe A par un facteur 1,2. Quelle nouvelle moyenne obtiendra-t-il pour la classe A ? Quel sera le nouvel écart-type de la classe A ?
- (a) (1 point) Calculer $\frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} x_i^2$. On admet que $\frac{1}{30} \sum_{j=1}^{30} y_j^2 = 80$.
(b) (BONUS : 2 points) En déduire la variance des notes (non modifiées) de l'ensemble des deux classes.