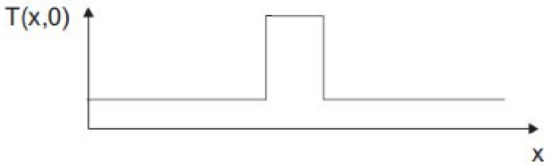
MODELISATION

Exercice 1 : Dyke en 1D



Intrusion d'un dyke dans un encaissant

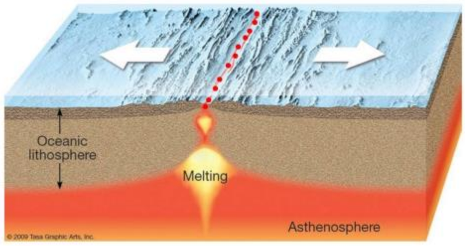
Largeur du domaine : L = 20 m
Largeur du dyke : Ldyke = 2 m
Caractéristiques du dyke : T = 1200 °C, k = 3 W/m/K, rho = 2900 kg/m3, c = 1000 J/kg/K
Caractéristiques de l'encaissant : T = 300 °C, k = 1.5 W/m/K, rho = 2400 kg/m3, c = 1000 J/kg/K
Conditions aux bords de Neumann (isolation)
Au temps t = 0, l'encaissant est intrudé par un dyke qui va se refroidir réchauffer l'encaissant par diffusion.

Questions :
1) Quelle est la température à 5 m du bord du dyke au bout de 6 mois ?
2) L'encaissant est composé d'argilite qui se transforme en cornéenne lorsqu'il a atteint 600 °C. Quelle est la taille de l'auréole métamorphique au bout de 6 mois ?

Exercice 2 : Refroidissement de la lithosphère océanique en surface

A une ride médio-océanique, du matériel en fusion arrive au fond des océan. Il se solidifie et refroidit progressivement pour former la lithosphère océanique.

Modéliser le refroidissement d'un profil vertical de lithosphère.



H = 120 km
Tsurf = 0 °C, Tmanteau = 1350 °C
K = k/rho/c = 1 x 10-6 m²/s
Etat initial : T(t = 0) = Tmanteau partout
Conditions de bordures : Dirichlet (T fixe)

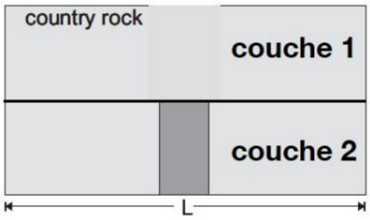
Il existe une solution analytique qui donne le profil de T en fonction du temps :

$$T = T_{manteau} \operatorname{erf}\left(\frac{-z}{\sqrt{4t\kappa}}\right)$$

Définir un domaine vertical de -120 à 0 km, initialement à T = 1350 °C

Questions :
1) Modéliser le refroidissement et valider avec la solution analytique.
2) Si la lithosphère est définie par T < 1250 °C, combien de temps faut-il pour que la lithosphère atteigne une épaisseur de 80 km ?

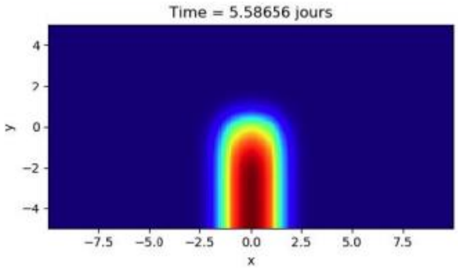
Exercice 3 : Dyke en 2D



Un dyke s'intrude verticalement dans un encaissant formé de 2 couches sédimentaires horizontales. Au temps t = 0, il commence à se refroidir et réchauffer l'encaissant.

Modéliser cette situation dans le cas où :

- Les 2 couches ont la même conductivité (kencaissant = 1.5 W/m/K)
- La couche 2 est 5x moins conductrice (kcouche1 = 1.5 W/m/K, k couche2 = 0.3 W/m/K)

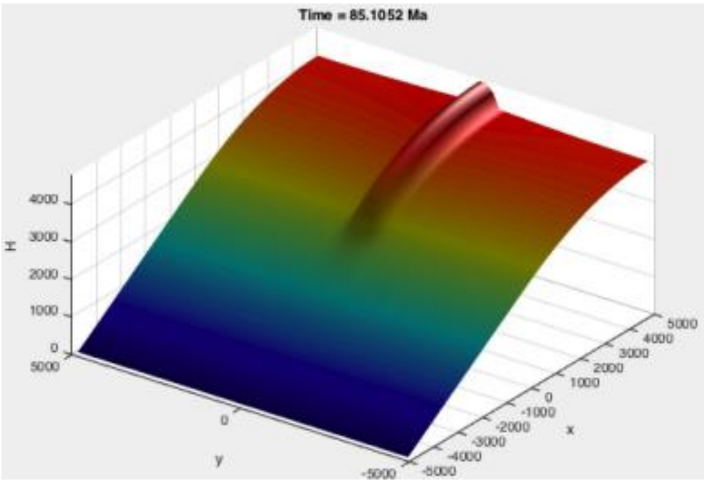


L = 20 m, Ldyke = 2 m
H = 10 m, Hdyke = 5 m, Hcouche2 = 5 m
Dyke : T = 1200 °C, k = 3 W/m/K, rho = 2900 kg/m3, c = 1000 J/kg/K
Encaissant : T = 300 °C, rho = 2400 kg/m3, c = 1000 J/kg/K
Conditions aux bords de Neumann (isolation)

Questions *(pour les 2 situations)* **:**
1) Quelle est la température à 4 m des bords du dyke (à côté et au-dessus) au bout de 6 mois ?
2) L'encaissant se métamorphise dès qu'il atteint une température T >= 600 °C. Quelle est la surface de l'auréole métamorphique au bout de 6 mois ?

Exercice 4 : Diffusion de la topographie

L'évolution de la topographie par l'érosion peut être décrite par une équation de diffusion. On peut utiliser le code précédemment développé pour étudier l'évolution de la topographie au cours du temps.



$$q_x = -k\frac{\partial H}{\partial x}$$

$$q_y = -k\frac{\partial H}{\partial y}$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} + U(x,y)$$

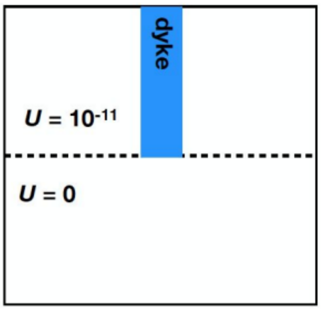
k = Coefficient d' érodabilité
H = Altitude
U = Terme "source", Vitesse d'Uplift

Pour adapter le code :

- rho et c n'apparaissent pas : on peut les supprimer du code ou les considérer égaux à 1
- Il faut ajouter un terme source U de taille ncx * ncy

On considère le cas d'un domaine traversé par une faille orientée EW, et par un dyke orienté NS résistant à l'érosion (Kdyke < Kencaissant). La faille traverse tout le domaine ; le dyke seulement la moitié. Sur la moitié du domaine au nord de la faille, le domaine uplift à une vitesse U = 1e-11 m/s. Du côté sud, le domaine n'uplift pas (U = 0). Initialement tout le domaine est plat à altitude H = 0. Ordre de grandeur de durée : million d'années.

Lx = 10 km, Ly = 10 km
Lxdyke = 1 km, Lydyke = 5 km
Kencaissant = 1e-7 m2/s
Conditions aux bords de Neumann (isolation)



Questions :
1) Combien de temps faut-il pour atteindre l' équilibre (càd quand la variation de topographie n'évolue plus dans le temps) ?
2) Quelle sont les altitudes minimales et maximales à ce moment-là ?

Bonus :
Résolution implicite Idem qu'en 1d, mais il faut transformer T en un vecteur 1D en mettant à la suite toutes les colonnes (ou toutes les lignes)
Taille du vecteur T : environ n^2
Taille de la matrice des coefficients M : environ n^4
Plus stable numériquement mais beaucoup plus lent à faire tourner que la version explicite.