

Chapitre 8

Annexe 1 : Leçons d'oral (options A, B et C) proposées en 2013

Leçons d'algèbre et géométrie



La leçon 126 n'a pas été posée en 2013 mais pourra l'être en 2014.

- 101** Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.
Action de $SO(n)$ sur \mathbb{S}^{n-1} – Nombre de matrices diagonalisables sur \mathbb{F}_q
-
- 102** Groupe des nombres complexes de module 1. Sous-groupes des racines de l'unité. Applications.
Suite de polygones qui converge – Irréductibilité des polynômes cyclotomiques
-
- 103** Exemples et applications des notions de sous-groupe distingué et de groupe quotient.
Théorème de Lie–Kolchin – Simplicité de $SO(3)$
-
- 104** Groupes finis. Exemples et applications.
Théorème de Molien – Nombre de matrices diagonalisables sur \mathbb{F}_q
-
- 105** Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.
Table de caractères de S_4 – Théorème de Frobenius–Zolotarev
-
- 106** Groupe linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie E , sous-groupes de $GL(E)$. Applications.
Action de $SO(n)$ sur \mathbb{S}^{n-1} – Simplicité de $SO(3)$
-
- 107** Représentations et caractères d'un groupe fini sur un \mathbb{C} -espace vectoriel.
Théorème de Molien – Table de caractères de S_4
-
- 108** Exemples de parties génératrices d'un groupe. Applications.
Simplicité de $SO(3)$ – Sous-algèbres réduites de $M_n(\mathbb{C})$
-
- 109** Représentations de groupes finis de petit cardinal.
Théorème de Molien – Table de caractères de S_4
-
- 120** Anneaux $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications.
Loi de réciprocité quadratique – Irréductibilité des polynômes cyclotomiques
-
- 121** Nombres premiers. Applications.
Loi de réciprocité quadratique – Irréductibilité des polynômes cyclotomiques
-

-
- 122** Anneaux principaux. Exemples et applications.
Algorithme des facteurs invariants – Théorème de Rothstein–Trager
-
- 123** Corps finis. Applications.
Existence, unicité et construction des corps finis – Loi de réciprocité quadratique
-
- 124** Anneau des série formelles. Applications
Théorème de Molien – Partitions d'un entier en parts fixées
-
- 125** Extensions de corps. Exemples et applications.
Automorphismes de $k(X)$ – Existence, unicité et construction des corps finis
-
- 126** Exemples d'équations diophantiennes.
Partitions d'un entier en parts fixées – Loi de réciprocité quadratique
-
- 140** Corps des fractions rationnelles à une indéterminée sur un corps commutatif. Applications.
Partitions d'un entier en parts fixées – Automorphismes de $k(X)$
-
- 141** Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.
Existence, unicité et construction des corps finis – Irréductibilité des polynômes cyclotomiques
-
- 142** Algèbre des polynômes à plusieurs indéterminées. Applications.
Borne de Bézout – Théorème de Molien
-
- 143** Résultant. Applications.
Borne de Bézout – Théorème de Rothstein–Trager
-
- 144** Racines d'un polynôme. Fonctions symétriques élémentaires. Exemples et applications.
Théorème de Kronecker – Irréductibilité des polynômes cyclotomiques
-
- 150** Exemples d'actions de groupes sur les espaces de matrices.
Simplicité de $SO(3)$ – Nombre de matrices diagonalisables sur \mathbb{F}_q
-
- 151** Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera au cas de la dimension finie). Rang. Exemples et applications.
Théorème de Molien – Automorphismes de $k(X)$
-
- 152** Déterminant. Exemples et applications.
Borne de Bézout – Suite de polygones qui converge
-
- 153** Polynômes d'endomorphisme en dimension finie. Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.
Décomposition de Dunford via Newton – Sous-algèbres réduites de $M_n(\mathbb{C})$
-
- 154** Sous-espaces stables par un endomorphisme ou une famille d'endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.
Réduction des endomorphismes normaux – Théorème de Lie–Kolchin
-
- 155** Endomorphismes diagonalisables en dimension finie.
Réduction des endomorphismes normaux – Équation de Hill–Mathieu
-
- 156** Exponentielle de matrices. Applications.
Théorème de Cartan–von Neumann – $\exp : M_n(\mathbb{C}) \rightarrow GL_n(\mathbb{C})$ est surjective
-
- 157** Endomorphismes trigonalisables. Endomorphismes nilpotents.
Décomposition de Dunford via Newton – Théorème de Lie–Kolchin
-
- 158** Matrices symétriques réelles, matrices hermitiennes.
Lemme de Morse – Composantes connexes (p. a.) des formes quadratiques non dégénérées
-

-
- 159** Formes linéaires et hyperplans en dimension finie. Exemples et applications.
Extréma liés – Loi de réciprocité quadratique
-
- 160** Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien (de dimension finie).
Réduction des endomorphismes normaux – Simplicité de $SO(3)$
-
- 161** Isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie. Applications en dimensions 2 et 3.
Action de $SO(n)$ sur S^{n-1} – Simplicité de $SO(3)$
-
- 162** Systèmes d'équations linéaires ; opérations, aspects algorithmiques et conséquences théoriques.
Méthode du gradient conjugué – Algorithme des facteurs invariants
-
- 170** Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogonalité, isotropie. Applications.
Lemme de Morse – Loi de réciprocité quadratique
-
- 171** Formes quadratiques réelles. Exemples et applications.
Lemme de Morse – Composantes connexes (p. a.) des formes quadratiques non dégénérées
-
- 180** Coniques. Applications.
Ellipse de Steiner – Définition bifocale
-
- 181** Barycentres dans un espace affine réel de dimension finie, convexité. Applications.
Ellipse de Steiner – Suite de polygones qui converge
-
- 182** Applications des nombres complexes à la géométrie.
Ellipse de Steiner (aire) – Suite de polygones qui converge
-
- 183** Utilisation des groupes en géométrie.
Action de $SO(n)$ sur S^{n-1} – Ellipse de Steiner
-
- 190** Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement.
Nombre de matrices diagonalisables sur \mathbb{F}_q – Loi de réciprocité quadratique
-

Leçons d'analyse et probabilités



Les leçons 209, 244, 260, 261, 262, 263, 264 n'ont pas été posées en 2013 mais pourront l'être en 2014.

Les leçons 250, 251, 252 sont supprimées pour la session 2014.

Les leçons 219, 220, 223, 224, 226 et 245 seront reformulées pour la session 2014.

-
- 201** Espaces de fonctions : exemples et applications.
Polynômes orthogonaux – Théorème Riesz–Fischer
-
- 202** Exemples de parties denses et applications.
Densité dans $C[0, 1]$ des fonctions nulles partiellement dérivables – Théorème de Fejér
-
- 203** Utilisation de la notion de compacité.
Réduction des opérateurs symétriques compacts – Théorème de Jordan C1
-
- 204** Connexité. Exemples et applications.
Théorème de Jordan C1 – Simplicité de $SO(3)$
-
- 205** Espaces complets. Exemples et applications.
Réduction des opérateurs symétriques compacts – Théorème de Cauchy–Lipschitz
-
- 206** Théorèmes de point fixe. Exemples et applications.
Théorème d'inversion locale – Théorème de Cauchy–Lipschitz
-
- 207** Prolongement de fonctions. Exemples et applications.
Polynômes orthogonaux – Couronnes biholomorphes
-
- 208** Espaces vectoriels normés, applications linéaires continues. Exemples.
Réduction des opérateurs symétriques compacts – Théorème de Riesz–Fischer
-
- 209** Approximation d'une fonction par des polynômes et des polynômes trigonométriques. Exemples et applications.
Théorème de Bernstein – Théorème de Fejér
-
- 213** Espaces de HILBERT. Bases hilbertiennes. Exemples et applications.
Réduction des opérateurs symétriques compacts – Polynômes orthogonaux
-
- 214** Théorème d'inversion locale, théorème des fonctions implicites. Exemples et applications.
Lemme de Morse – Théorème d'inversion locale
-
- 215** Applications différentiables définies sur un ouvert de \mathbf{R}^n . Exemples et applications.
Extréma liés – Théorème de Cartan–von Neumann
-
- 216** Étude métrique des courbes. Exemples.
Courbe brachistochrone – Inégalité isopérimétrique
-
- 217** Sous-variétés de \mathbf{R}^n . Exemples.
Extréma liés – Théorème de Cartan–von Neumann
-
- 218** Applications des formules de TAYLOR.
Décomposition de Dunford – Méthode de Newton
-
- 219** Extremums : existence, caractérisation, recherche. Exemples et applications.
Extréma liés – Courbe brachistochrone
-

-
- 220** Equations différentielles $X' = f(t, X)$. Exemples d'étude des solutions en dimension 1 et 2.
Courbe brachistochrone – Equation de Hill–Mathieu
-
- 221** Équations différentielles linéaires. Systèmes d'équations différentielles linéaires. Exemples et applications.
Etude asymptotique d'une suite de polynômes – Equation de Hill–Mathieu
-
- 223** Suites numériques. Convergence, valeurs d'adhérence. Exemples et applications.
Couronnes biholomorphes – Méthode de Newton
-
- 224** Exemples de développements asymptotiques de suites et de fonctions.
Série harmonique – Étude asymptotique d'une suite de polynômes
-
- 226** Suites vectorielles et réelles définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$. Exemples et applications.
Décomposition de Dunford – Méthode de Newton
-
- 228** Continuité et dérivabilité des fonctions réelles d'une variable réelle. Exemples et contre-exemples.
Densité dans $C[0, 1]$ des fonctions nulle part dérivables – Théorème de Bernstein
-
- 229** Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.
Galton–Watson – Courbe brachistochrone
-
- 230** Séries de nombres réels ou complexes. Comportement des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Exemples.
Série harmonique – Théorèmes d'Abel non tangentiel et de Tauber faible
-
- 232** Méthodes d'approximation des solutions d'une équation $F(X) = 0$. Exemples.
Méthode de Newton – Méthode du gradient conjugué
-
- 234** Espaces L^p , $1 \leq p \leq +\infty$.
Polynômes orthogonaux – Théorème de Riesz–Fischer
-
- 235** Suites et séries de fonctions intégrables. Exemples et applications.
Théorème de Riesz–Fischer – Théorème de Fejér
-
- 236** Illustrer par des exemples quelques méthodes de calcul d'intégrales de fonctions d'une ou plusieurs variables réelles.
Inégalité isopérimétrique – Transformée de Fourier de la Gaussienne
-
- 239** Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre. Exemples et applications.
Transformée de Fourier de la Gaussienne – Théorème de Jordan C^1
-
- 240** Produit de convolution, transformation de FOURIER. Applications.
Transformée de Fourier de la Gaussienne – Théorème de Fejér
-
- 241** Suites et séries de fonctions. Exemples et contre-exemples.
Théorème de Fejér – Théorème de Riesz–Fischer
-
- 243** Convergence des séries entières, propriétés de la somme. Exemples et applications.
Nombres de Bell – Théorèmes d'Abel non tangentiel et de Tauber faible
-
- 244** Fonctions développables en série entière, fonctions analytiques. Exemples.
Nombres de Bell – Théorèmes d'Abel non tangentiel et de Tauber faible
-
- 245** Fonctions holomorphes sur un ouvert de \mathbf{C} . Exemples et applications.
Transformée de Fourier de la gaussienne – Couronnes biholomorphes
-
- 246** Séries de FOURIER. Exemples et applications.
Théorème de Fejér – Inégalité isopérimétrique
-

- 247 Exemples de problèmes d'interversion de limites.
Théorème d'Abel non tangentiel – Série harmonique
-
- 249 Suites de variables de BERNOULLI indépendantes.
Nombres normaux – Théorème de Bernstein
-
- ~~250 Loi des grands nombres. Théorème central limite. Applications.~~
-
- ~~251 Indépendance d'événements et de variables aléatoires. Exemples.~~
-
- ~~252 Loi binomiale. Loi de POISSON. Applications.~~
-
- 253 Utilisation de la notion de convexité en analyse.
Méthode du gradient conjugué – Courbe brachistochrone
-
- 254 Espaces de SCHWARTZ $S(\mathbf{R}^d)$ et distributions tempérées. Transformation de FOURIER dans $S(\mathbf{R}^d)$ et $S'(\mathbf{R}^d)$.
Formule de Poisson – Inversion de Fourier S'
-
- 255 Espaces de Schwartz. Distributions. Dérivation au sens des distributions.
Formule de Poisson – Inversion de Fourier S'
-
- 260 Espérance, variance et moments d'une variable aléatoire.
Galton–Watson – Théorème de Bernstein
-
- 261 Fonction caractéristique et transformée de Laplace d'une variable aléatoire. Exemples et applications.
Galton–Watson – Transformée de Fourier de la Gaussienne
-
- 262 Modes de convergence d'une suite de variables aléatoires. Exemples et applications.
Théorème central limite – Théorème de Riesz–Fischer
-
- 263 Variables aléatoires à densité. Exemples et applications.
Théorème central limite – Transformée de Fourier de la Gaussienne
-
- 264 Variables aléatoires discrètes. Exemples et applications.
Nombres normaux – Théorème de Bernstein
-

Reformulation de certaines leçons d'analyse et probabilités pour la session 2014.

- ~~219 Extremums : existence, caractérisation, recherche. Exemples et applications~~
-
- ~~220 Équations différentielles $X' = f(t, X)$. Exemples d'étude des solutions en dimension 1 et 2.~~
-
- ~~223 Suites numériques. Convergence, valeurs d'adhérence. Exemples et applications.~~
-
- ~~224 Exemples de développements asymptotiques de suites et de fonctions.~~
-

~~226 Suites vectorielles et réelles définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$. Exemples et applications.~~

~~245 Fonctions holomorphes sur un ouvert de \mathbb{C} . Exemples et applications.~~
