LEÇONS D'ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE

Pour chaque leçon, les deux premiers développements sont ceux que je comptais présenter, les suivants sont d'autres développements qui, par un hasard des recasages, se trouvent avoir leur place dans la leçon (mais peut-être un peu moins). J'ai mis en italique quelques autres idées qui m'avaient traversé l'esprit, mais qui ne faisaient finalement pas partie de ma liste de développements. Les liens bleus renvoient à la fin du document, où j'ai tenté d'indiquer les références utilisées pour chaque développement, ainsi que quelques commentaires.

101 - Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.

- Sous-groupes finis de $SO_3(\mathbf{R})$
- Loi de réciprocité quadratique
- Nombre de matrices diagonalisables sur $\mathbf{F}_q$
- Théorème de la base de Burnside
- Table des caractères de $\mathfrak{S}_4$
- *Mentionner le théorème de Wedderburn*

102 - Groupe des nombres complexes de module 1. Sous-groupes des racines de l'unité. Applications.

- Théorème de Gauss-Wantzel
- FFT pour le produit de polynômes
- Théorème de structure des groupes abéliens finis

103 - Exemples de sous-groupes distingués et de groupes quotients. Applications.

- Simplicité de $\mathfrak{A}_n$
- Théorème de la base de Burnside

104 - Groupes finis. Exemples et applications.

- FFT pour le produit de polynômes
- Théorème de structure des groupes abéliens finis

105 - Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.

- Simplicité de $\mathfrak{A}_n$
- Table des caractères de $\mathfrak{S}_4$
- *Théorème de Kronecker, énigme des prisonniers*

106 - Groupe linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie E, sous-groupes de $\mathrm{GL}(E)$. Applications.

- Sous-groupes finis de $\mathrm{SO}_3(\mathbf{R})$
- Nombre de matrices diagonalisables sur $\mathbf{F}_q$
- *Petits sous-groupes de* $\mathrm{GL}_n(\mathbf{C})$*, Sous-groupes finis de* $\mathrm{GL}_n(\mathbf{C})$ *(ce n'est pas très dur, le cas des sous-groupes compacts par contre c'est tout un développement), les transvections engendrent* $\mathrm{SL}(E)$ *et l'application à la simplicité des* PSL *dans presque tous les cas.*

107 - Représentations et caractères d'un groupe fini sur un C-espace vectoriel. Exemples.

- Théorème de structure des groupes abéliens finis
- Table des caractères de $\mathfrak{S}_4$
- *Caractères et sous-groupes distingués*

108 - Exemples de parties génératrices d'un groupe. Applications.

- Simplicité de $\mathfrak{A}_n$
- Théorème de la base de Burnside
- $\mathrm{Aut}(\mathfrak{S}_n) = \mathrm{Int}(\mathfrak{S}_n)$ *pour* $n \neq 6$

110 - Structure et dualité des groupes abéliens finis. Applications.

- Théorème de structure des groupes abéliens finis
- FFT pour le produit de polynômes

120 - Anneaux $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$. Applications.

- Critère de primalité des nombres de Mersenne
- FFT pour le produit de polynômes
- Théorème de structure des groupes abéliens finis (mais les $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$ sont plutôt vus comme groupes que comme anneaux dans ces deux derniers développements, j'espère que ce n'est pas grave ... Si on prouve l'unicité dans le théorème de structure, on fait des produits donc c'est mieux)

121 - Nombres premiers. Applications.

- Critère de primalité des nombres de Mersenne
- Proportion d'entiers premiers entre eux
- Théorème des 4 carrés

122 - Anneaux principaux. Applications.

- Critère de primalité des nombres de Mersenne
- Théorème des 4 carrés
- *Algorithme de Berlekamp, invariants de Smith*

123 - Corps finis. Applications.

- Critère de primalité des nombres de Mersenne
- Nombre de polynômes irréductibles sur $\mathbf{F}_q$
- Nombre de matrices diagonalisables sur $\mathbf{F}_q$
- Loi de réciprocité quadratique
- *Évoquer le théorème de Wedderburn, l'algorithme de Berlekamp*

125 - Extensions de corps. Exemples et applications.

- Théorème de Gauss-Wantzel
- Critère de primalité des nombres de Mersenne
- Quelques applications du résultant

126 - Exemples d'équations en arithmétique.

- Théorème de Carathéodory et application aux systèmes d'équations diophantiennes
- Théorème des 4 carrés

141 - Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.

- Nombre de polynômes irréductibles sur $\mathbf{F}_q$
- Théorème de Gauss-Wantzel
- Critère de primalité des nombres de Mersenne

142 - PGCD et PPCM, algorithmes de calcul. Applications. *Impasse*

144 - Racines d'un polynôme. Fonctions symétriques élémentaires. Exemples et applications.

- Formes de Hankel
- Quelques applications du résultant
- Critère de primalité des nombres de Mersenne
- *Théorème de Kronecker*

150 - Exemples d'actions de groupes sur les espaces de matrices.

- Nombre de matrices diagonalisables sur $\mathbf{F}_q$
- Réduction de Frobenius
- Loi de réciprocité quadratique
- *Invariants de Smith*

151 - Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera au cas de la dimension finie). Rang. Exemples et applications.

- Théorème de la base de Burnside
- Théorème de Carathéodory et application aux systèmes d'équations diophantiennes
- Par 5 points passe une (unique ? ...) conique à évoquer, mais je pense que l'utilisation de la dimension constitue une part trop faible du développement pour qu'il ait vraiment sa place.

152 - Déterminant. Exemples et applications.

- Quelques applications du résultant
- Par 5 points passe une (unique ? ...) conique

153 - Polynômes d'endomorphisme en dimension finie. Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.

- Décomposition de Dunford-Jordan-Chevalley
- Surjectivité de l'exponentielle $\mathcal{M}_n(\mathbf{C}) \to \mathrm{GL}_n(\mathbf{C})$
- Réduction de Frobenius
- *Un endomorphisme est semi-simple si et seulement si son polynôme minimal est sans facteur carré. Sur un corps parfait, il est semi-simple si et seulement si il est diagonalisable dans une clôture algébrique*

154 - Sous-espaces stables par un endomorphisme ou une famille d'endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.

- Corps $\mathbf{K}$ dans lesquels toute matrice symétrique est semi-simple
- Réduction des endomorphismes normaux
- Réduction de Frobenius
- *Le théorème de Maschke sur un corps quelconque, dont la caractéristique ne divise pas l'ordre du groupe*

155 - Endomorphismes diagonalisables en dimension finie.

- Nombre de matrices diagonalisables sur $\mathbf{F}_q$
- Probabilité qu'une matrice 2×2 soit diagonalisable
- Décomposition de Dunford-Jordan-Chevalley (dans le cas algébriquement clos, la partie semi-simple est une partie diagonalisable)
- *Lien entre diagonalisabilité et semi-simplicité*

156 - Exponentielle de matrices. Applications.

- Surjectivité de l'exponentielle $\mathcal{M}_n(\mathbf{C}) \to \mathrm{GL}_n(\mathbf{C})$
- L'exponentielle induit un homéomorphisme entre $\mathcal{S}_n(\mathbf{R})$ et $\mathcal{S}_n^{++}(\mathbf{R})$, et application à l'étude topologique de $\mathcal{O}(p,q)$
- *Petits sous-groupes de* $\mathrm{GL}_n(\mathbf{C})$

157 -Endomorphismes trigonalisables. Endomorphismes nilpotents.

- Corps **K** dans lesquels toute matrice symétrique est semi-simple
- Décomposition de Dunford-Jordan-Chevalley
- *Réduction de Jordan (car on se ramène à traiter le cas nilpotent), et la preuve est la même que pour la réduction de Frobenius.*

158 - Matrices symétriques réelles, matrices hermitiennes.

- Corps **K** dans lesquels toute matrice symétrique est semi-simple
- Algorithme du gradient à pas optimal
- *Lemme de Morse. Mézaussi : bien maîtriser la réduction des endomorphismes normaux, ou au moins le théorème spectral. Réduction simultanée de deux matrices symétriques, l'une étant définie positive. Classification affine / euclidienne des coniques*

159 - Formes linéaires et dualité en dimension finie. Exemples et applications.

- Théorèmes de Hahn-Banach et applications
- Réduction de Frobenius ou de Jordan

160 - Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien (de dimension finie).

- Sous-groupes finis de $SO_3(\mathbf{R})$
- Réduction des endomorphismes normaux

161 - Distances et isométries d'un espace affine euclidien.

- Sous-groupes finis de $SO_3(\mathbf{R})$
- Table des caractères de $\mathfrak{S}_4$

162 - Systèmes d'équations linéaires ; opérations élémentaires, aspects algorithmiques et conséquences théoriques.

- Convergence des méthodes itératives
- Algorithme du gradient à pas optimal
- *Algorithme de Kacmarz*
- *Pourquoi ne pas parler de chaînes de Markov en introduction ? Les probabilités d'absorption sont solution d'un système linéaire !*

170 -Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogonalité, isotropie. Applications.

- Formes de Hankel
- Loi de réciprocité quadratique
- Étude topologique de $\mathcal{O}(p, q)$
- *Avoir des idées sur le théorème de Witt, on peut en tirer des résultats qui sonnent bien dans les leçons d'action de groupes. En effet, dans le cas euclidien on sait que le groupe orthogonal agit transitivement sur l'ensemble des sous-espaces vectoriels de même dimension, mais pour une forme quadratique quelconque ? Si elle est non dégénérée, le théorème de Witt nous dit exactement que le groupe des isométries agit transitivement sur les sous-espaces qui sont isométriques. Par exemple, sur l'ensemble des plans hyperboliques. Le* PERRIN *explique bien tout ça.*

171 - Formes quadratiques réeelles. Coniques. Exemples et applications.

- Par 5 points passe une (unique ? ...) conique
- Étude topologique de $\mathcal{O}(p, q)$
- Formes de Hankel

181 - Barycentres dans un espace affine réel de dimension finie, convexité. Applications.

- Par 5 points passe une (unique ? ...) conique
- Théorème de Carathéodory et application aux systèmes d'équations diophantiennes

182 - Applications des nombres complexes à la géométrie.

- Cercle d'Euler du triangle
- Théorème de Gauss-Wantzel

183 - Utilisation des groupes en géométrie.

- Théorème de Gauss-Wantzel
- Sous-groupes finis de $\mathrm{SO}_3(\mathbf{R})$
- *Isométries du cube et problèmes de coloriage*

190 - Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement.

- Proportion d'entiers premiers entre eux
- Nombre de polynômes irréductibles sur $\mathbf{F}_q$
- Sous-groupes finis de $\mathrm{SO}_3(\mathbf{R})$
- *Des choses sur les nombres de Catalan et application à la marche aléatoire 1D*
- *Isométries du cube (ou de n'importe quel autre bidule) et problèmes de coloriage*

Des idées que je n'ai pas eu le temps de travailler :

- Pour la leçon 105, il y a de jolis résultats sur les permutations aléatoires, qui peuvent bien se recaser dans des leçons de proba. Par exemple, si σ est une variable aléatoire suivant la loi uniforme sur $\mathfrak{S}_n$, quel est le nombre moyen de cycles qui apparaissent dans sa décomposition en produit de cycles à supports disjoints ? Quelle est la longueur moyenne du plus grand cycle ? Il y a des réponses à ces questions (il me semble) en exercices dans le livre *Probabilités, prépas scientifiques* de Roger Mansuy et Igor Kortchemski. Pour l'espérance du nombre de cycles, c'est aussi un exercice corrigé dans la RMS (RMS 128-3, exercice 121 p.104). Au passage, l'exercice suivant est très chouette, bien que trop court pour faire un développement.

- Dans la RMS 128-4 l'article sur le théorème de Chermak-Delgado peut peut-être donner un développement original pour les leçons où l'on parle de sous-groupes distingués. Mais j'ai peur que cela soit trop long, à voir.

- $\mathrm{Aut}(\mathfrak{S}_n) = \mathrm{Int}(\mathfrak{S}_n)$ pour $n \neq 6$ (mais qui expose à la question délicate « à quoi ça sert ? »).

Références (principales) utilisées :

- Sous-groupes finis de $SO_3(\mathbf{R})$: version de Benjamin Havret (disponible sur sa page web `http://www.normalesup.org/~havret/`). Développement beaucoup trop long pour mon rythme de présentation, je ne pense pas que j'aurais tout démontré en 15 minutes. Je dirais que si on applique la formule de Burnside à la bonne action de groupe, qu'on aboutit aux alternatives possibles pour le cardinal du sous-groupe, et qu'on trouve à quoi le sous-groupe est isomorphe dans un des cas ou le cardinal est fini, c'est déjà bien. J'ai découvert à la fin de l'année qu'on pouvait aussi trouver ce développement à la fin du livre de théorie des groupes de Félix Ulmer, mais je n'ai pas eu le temps de regarder.

- Loi de réciprocité quadratique : *Nouvelles histoires hédonistes de groupes et de géométries, tome 1*, de Philippe Caldero et Jérôme Germoni, à partir de la page 304. Ce développement va dans beaucoup de leçons, et il est parfois recasé de manière un peu tirée par les cheveux, ce qui m'avait un peu dissuadé de le choisir en développement. Mais il y a quand même des leçons où il va très très bien, et surtout, c'est une très jolie démonstration !

- Nombre de matrices diagonalisables sur $\mathbf{F}_q$: version d'Antoine Mouzard (disponible sur sa page web `http://amouzard.perso.math.cnrs.fr/agregation.html`). Probablement un peu trop court, il faudrait peut-être rajouter un petit quelque-chose.

- Théorème de la base de Burnside : version d'Antoine Mouzard (disponible sur sa page web `http://amouzard.perso.math.cnrs.fr/agregation.html`)

- Table des caractères de $\mathfrak{S}_4$: il y a beaucoup de manières de faire, je faisais une version inspirée du TD de représentations de Camille Francini. On remplit les deux premières lignes de la table de caractères avec la représentation triviale et la signature (qui sont les deux caractères des représentations irréductibles de dimension 1). Puis on a une représentation de dimension 3 en prenant la représentation par permutation sur $\mathbf{C}^4$ mais restreinte à l'hyperplan $\{x_1 + \cdots + x_4 = 0\}$ (on montre qu'elle est irréductible en calculant $\langle \chi, \chi \rangle$). On détermine ensuite les dimensions des deux représentations irréductibles restantes grâce à la formule de Burnside : on obtient qu'il en reste une de degré 2 et une de degré 3. Celle de degré 3 est celle donnée par l'isomorphisme classique entre $\mathfrak{S}_4$ et le groupe des isométries positives du cube (voir par exemple les développements d'Arnaud GIRAND : http://math.webgirand.eu/agreg.html ou de Florian LEMONNIER : http://perso.eleves.ens-rennes.fr/~flemonni/agregation/agreg.html). Faire un cube en papier pour expliquer rapidement cette partie peut-être une bonne idée ! On remplit la dernière ligne grâce aux relations d'orthogonalité dans une table de caractères.

- Théorème de Gauss-Wantzel : version de Benjamin HAVRET (disponible sur sa page web http://www.normalesup.org/~havret/). Un de mes développements préférés. Il faut bien sûr passer du temps sur les prérequis sur la constructibilité à la règle et au compas, le théorème de Wantzel notamment, mais bon ... Après cela fournit toute une partie que l'on peut recaser dans les leçons sur les groupes en géométries, les nombres complexes en géométries, qui sont des leçons qui me faisaient un peu peur.

- FFT pour le produit de polynômes : complément de cours de Matthieu ROMAGNY sur la transformée de FOURIER sur les groupes abéliens finis. Sa référence était le livre de Gabriel PEYRÉ : *L'algèbre discrète da la transformée de Fourier*, mais je trouvais que la version de notre enseignant, en visant juste l'application à la multiplication de polynômes, était plus facile à aborder.

- Théorème de structure des groupes abéliens finis : version de Benjamin HAVRET (disponible sur sa page web http://www.normalesup.org/~havret/).

- Simplicité de $\mathfrak{A}_n$: *Cours d'Algèbre* de Daniel PERRIN.

- Critère de primalité des nombres de Mersenne : version de David XU et Clarence KINEIDER, qui a beaucoup évoluée depuis la version originale du livre, suite aux remarques très utiles d'un de nos enseignants ! Un très joli développement je trouve. La page de Clarence, avec le développement rédigé, est ici : http://perso.eleves.ens-rennes.fr/people/clarence.kineider/

- Proportion d'entiers premiers entre eux : *Oraux X-ENS Algèbre 1*, page 156. J'ajoutais une partie optionnelle sur pourquoi on raisonne en terme de « proportion asymptotique » et pas avec une vraie probabilité de piocher un couple d'entiers premiers entre eux. En fait, on ne peut pas, car il n'existe pas de mesure de probabilité sur $(\mathbf{N}, \mathscr{P}(\mathbf{N}))$ qui ferait ce qu'on attend d'elle : c'est-à-dire telle que $\mathbf{P}(2\mathbf{N}) = 1/2$, $\mathbf{P}(3\mathbf{N}) = 1/3\dots$ C'est fait dans *Un max de Maths* de M. ZAVIDOVIQUE. On utilise la divergence de la série des inverses des nombres premiers. Il y a plusieurs démonstrations de ce résultat dans *Un max de Maths*, mais j'ai une préférence pour la démonstration qui utilise l'écriture de ζ avec le produit eulérien, comme c'est fait dans le GOURDON *Analyse* (problème 17, page 282, mais bon cela varie peut-être avec les éditions). De toute façon, c'est un résultat à admettre dans ce développement. Je ne sais pas si c'est réalisable niveau temps, mais bon je me disais que je montrais le résultat de l'exercice d'*Oraux X-ENS*, et que le reste me servait de roue de secours si je présentais trop vite et qu'il me restait quelques minutes.

- Théorème des 4 carrés : M. HINDRY : *Arithmétique*. Sûrement un peu plus original que le théorème des deux carrés, mais je pense qu'il faut savoir répondre à des question sur ce dernier si on présente ce développement. Parce qu'on peut se demander pourquoi tout le monde est la somme de 4 carrés, tandis que tout le monde n'est pas la somme de 2 carrés, où est-ce que ça se voit dans les démonstrations ? C'est assez long, j'admettais certaines étapes de la démonstrations pour rentrer dans les 15 minutes.

- Nombre de polynômes irréductibles sur $\mathbf{F}_q$: Ivan GOZARD : *Théorie de Galois*.

- Quelques applications du résultant : plutôt *Anneaux, corps, résultants* de Félix Ulmer pour l'introduction aux résultants et les premières propriétés. Mais *Théorie de Galois* d'Ivan Gozard pour le développement proprement dit (théorème IX.49, corollaire IX.50, et application à la formule pour exprimer le discrimant de P en fonction du résultant de P et de P'). Par contre si l'on parle de résultants, on parle de matrices à coefficients dans un anneau, et on peut s'exposer à des questions pas évidentes. Comme les résultants ne sont plus au programme, ça peut apporter une touche d'originalité, mais peut-être que rester dans le monde de l'algèbre linéaire et des matrices à coefficients dans un corps est un choix plus « safe ».

- Formes de Hankel : *Nouvelles histoires hédonistes de groupes et de géométries, tome 1*, de Philippe Caldero et Jérôme Germoni, à partir de la page 338. Attention, il y a une étape où il faut peut-être détailler un peu plus l'indépendance linéaire des $\mathrm{Re}(\varphi_k)$ et $\mathrm{Im}(\varphi_k)$. Cela se fait en écrivant $\mathrm{Re}(\varphi_k) = \frac{1}{2}(\varphi_k + \overline{\varphi_k})$ et $\mathrm{Im}(\varphi_k) = \frac{1}{2\mathrm{i}}(\varphi_k - \overline{\varphi_k})$ et en utilisant l'indépendance linéaire de φ_k et $\overline{\varphi_k}$.

- Théorème de Carathéodory et application aux systèmes d'équations diophantiennes : version de Benjamin Havret (disponibles sur sa page web `http://www.normalesup.org/~havret/`). Sauf que je montrais Carathéodory un peu différemment, avec une méthode issue de mon cours de prépa, que je comprenais mieux.

- Réduction de Frobenius : Roger Mansuy *Réduction des endomorphismes* pour à peu près tout, sauf l'unicité, ou je préférais la rédaction du Gourdon.

- Par 5 points passe une (unique ? ...) conique : merci Thomas pour ce développement ! Ce qu'on présentait ressemblait très fortement à la Version de Sylvain sur le couteau-suisse `https://agreg-maths.fr/developpements/30`. Il faut juste un peu de temps pour comprendre les coordonnées barycentriques, mais de toute façon il y a des leçons où il faut en parler.

- Décomposition de Dunford-Jordan-Chevalley : rédigé dans le document sur les endomorphismes semi-simples. Quelques références possibles : *Nouvelles histoires hédonistes de groupes et de géométries*, de Philippe Caldero et Jérôme Germoni, aux alentours de la page 162 du tome 1, ou RMS 129-1, ou les développements de Benjamin Havret (disponibles sur sa page web `http://www.normalesup.org/~havret/`).

- Surjectivité de l'exponentielle $\mathcal{M}_n(\mathbf{C}) \to \mathrm{GL}_n(\mathbf{C})$: la version présentée par Antoine en leçon, que je suppose très inspirée d' *un max de Maths* de M. Zavidovique.

- Corps $\mathbf{K}$ dans lesquels toute matrice symétrique est semi-simple : rédigé dans le document sur les endomorphismes semi-simple, la référence est la RMS 126-2 p.176.

- Cercle d'Euler du triangle : version de Tom sur le couteau-suisse : `https://agreg-maths.fr/developpements/92`. Le développement est tiré de *Géométrie analytique classique* de Jean-Denis Eiden, mais Tom a tout reformulé en termes d'affixes, ce qui en fait peut-être le développement qui va le mieux dans la leçon sur l'utilisation des nombres complexes en géométrie !

- L'exponentielle induit un homéomorphisme entre $\mathcal{S}_n(\mathbf{R})$ et $\mathcal{S}_n^{++}(\mathbf{R})$, et application à l'étude topologique de $\mathcal{O}(p,q)$: version de Benjamin Havret (disponible sur sa page web `http://www.normalesup.org/~havret/`), elle même inspirée des *Nouvelles histoires hédonistes de groupes et de géométries, tome 1*, de Philippe Caldero et Jérôme Germoni (à partir de la page 357). Développement sûrement trop long, mais on peut choisir ce que l'on montre et ce que l'on admet selon la leçon. Sur une leçon d'exponentielle de matrice, on peut détailler l'homéomorphisme induit entre $\mathcal{S}_n(\mathbf{R})$ et $\mathcal{S}_n^{++}(\mathbf{R})$, tandis que sur une leçon de formes quadratiques, on peut l'admettre et détailler l'étude de $\mathcal{O}(p,q)$.

- Réduction des endomorphismes normaux : cours d'Algèbre linéaire de L3, pas de référence papier ou internet, mais il doit en exister un nombre conséquent.

- Convergence des méthodes itératives : G. ALLAIRE & S.M. KABER : *Algèbre linéaire numérique*

- Algorithme du gradient à pas optimal : BERNIS & BERNIS : *Analyse pour l'agrégation de Mathématiques, 40 développements.* Si on montre l'inégalité de Kantorovitch, il faut être efficace, enfin en tout cas ça me semblait bien remplir les 15 minutes, avec peu de temps pour respirer.

- Théorèmes de Hahn-Banach et applications : cours d'analyse fonctionnelle de M1 pour les différentes versions de Hahn-Banach. Par contre je prenais l'application à l'enveloppe convexe de $\mathcal{O}_n(\mathbf{R})$ dans *Algèbre et Géométries* de P. BOYER. Si on fait l'application à $\mathrm{Conv}\,(\mathcal{O}_n(\mathbf{R}))$, cela peut peut-être soulever des questions sur les points extremaux et le théorème de Krein-Milman, savoir que ça existe. C'est encore un long développement, où l'on choisit ce qu'on présente en fonction de la leçon. Dans une leçon de formes linéaires, on peut démontrer plusieurs versions de Hahn-Banach, sans faire l'application à $\mathrm{Conv}\,(\mathcal{O}_n(\mathbf{R}))$, tandis que dans des leçons sur le groupe orthogonal, la convexité ..., l'application est le coeur du développement.

- Probabilité qu'une matrice 2×2 soit diagonalisable : RMS 124-3 p.94, en rajoutant la preuve du lemme qui dit que le lieu des zéros d'un $P \in \mathbf{R}[X_1, \dots, X_n] \setminus \{0\}$ est de mesure nulle dans $\mathbf{R}^n$. Par contre la suite du développement est un calcul d'intégrale, pas des plus passionnants. J'avais appris ce développement parce que j'aimais bien le résultat démontré (vous ne devinerez jamais la probabilité cherchée !), et qu'il est original, mais finalement on passe du temps à faire un calcul, ce n'est peut-être pas le top du top.

- *Caractères et sous-groupes distingués* : Gabriel PEYRÉ : *L'algèbre discrète da la transformée de Fourier.* Présente l'intérêt non négligeable qu'après ça, on peut un peu répondre à la question « mais, à quoi ça sert une table de caractère ? ».