Le Mans Université
SAF 22/11/23

Année universitaire 23-24
Nom :
Prénom :

Interro 2 : Algèbre linéaire 2

Durée : 30 minutes

Question 1 Soit E un $\mathbb{K}$-espace vectoriel de dimension finie, et $f \in \mathcal{L}(E)$. Soient $\lambda_1, \dots \lambda_p \in \mathbb{K}$ les valeurs propres de f, et $\alpha_1, \dots \alpha_p$ leur ordres respectifs.

1. Donner la définition de vecteur propre et valeur propre.

2. Montrer que f est diagonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé et
$$dim(E_{\lambda_i}) = \alpha_i, \quad \forall i = 1, \dots p.$$

Question 2 Soit E un $\mathbb{C}$ espace vectoriel de dimension finie, et $f \in \mathcal{L}(E)$. Montrer que $\lambda \in \mathbb{C}$ est une valeur propre de f si et seulement si λ est racine du polynôme caractéristique de f.

Question 3 Soit $f \in \mathcal{L}(E), \mathcal{B}$ et $\mathcal{B}'$ deux bases de E, montrer que

$$det(\mathcal{M}_{\mathcal{B}\mathcal{B}}(f)) = det(\mathcal{M}_{\mathcal{B}'\mathcal{B}'}(f))$$