Question de cours. Calculer, pour tout $x \in \mathbb{X}$,

$$\int_0^x \frac{dt}{\mathrm{ch}(t)}.$$

Question de cours. Calculer, pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$\int_0^x \frac{dt}{t^2+2t+3}.$$

Exercice. Soit $\lambda \in \mathbb{R} \backslash \{-1, 1\}$.

1. Etudier le domaine de définition et la dérivabilité de la fonction $f_\lambda : D \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$\forall x \in D, \quad f_\lambda(x) = \frac{\sin(x)}{\sqrt{1-2\lambda\cos(x)+\lambda^2}}.$$

2. Calculer l'intégrale

$$\int_0^\pi f_\lambda(x)dx.$$

Exercice. On définit une relation binaire $\preceq$ sur le demi-plan complexe $P_i = \{z \in \mathbb{C}, \quad \mathrm{Im}(z) \geq 0\}$ par, pour tout $z_1, z_2 \in P_i, z_1 \preceq z_2$ si $|z_1| < |z_2|$ ou $(|z_1| = |z_2|$ et $\mathrm{Re}(z_1) \leq \mathrm{Re}(z_2))$.

1. Montrer qu'il s'agit d'une relation d'ordre totale.

2. Peut-on étendre cette relation d'ordre sur $\mathbb{C}$?

3. Cette relation d'ordre est-elle compatible avec les opérations suivantes ?

   (a) $\forall z_1, z_2, z_3 \in P_i, z_1 \preceq z_2 \Longrightarrow z_1 + z_3 \preceq z_2 + z_3$

   (b) $\forall z_1, z_2 \in P_i, [0 \preceq z_1, 0 \preceq z_2] \Longrightarrow 0 \preceq z_1 z_2$

   (c) $\forall z \in P_i, \forall \lambda \in \mathbb{R}_+, 0 \preceq z \Longrightarrow 0 \preceq \lambda z$

Vous pourrez trouver en ligne la correction des exercices proposés sur ma page personnelle en cherchant "Cacitti page personnelle" sur Google ou grâce à l'URL :

https://perso.eleves.ens-rennes.fr/~dcaci409/Kholles2425.html

Question de cours. Calculer, pour tout $x > 2$,

$$\int_2^x \frac{dt}{t^2 - 2}.$$

Question de cours. Calculer, pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$\int_0^x \arctan(t)dt.$$

Exercice. Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et $f_n : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f_n(x) = \frac{1}{(1+x^2)^n}.$$

1. Justifier l'existence et l'unicité de la primitive F_n de la fonction f_n qui s'annule en 0.
2. Déterminer une relation de récurrence entre F_{n+1} et F_n.
3. Donner l'expression des fonctions F_1, F_2 et F_3.

Exercice. On considère l'application $\begin{array}{rcl} f : \mathbb{R} & \longrightarrow &]-1,1[\\ x & \longmapsto & \dfrac{x}{1+|x|}. \end{array}$.

1. Montrer que l'application f est bien définie et bijective en utilisant la définition de l'injectivité et de la surjectivité
2. Montrer que l'application f est bijective par étude de fonction.

Vous pourrez trouver en ligne la correction des exercices proposés sur ma page personnelle en cherchant "Cacitti page personnelle" sur Google ou grâce à l'URL :

https://perso.eleves.ens-rennes.fr/~dcaci409/Kholles2425.html

Question de cours. Calculer, pour tout $x > 2$,

$$\int_2^x \frac{dt}{t^2 + 2t - 3}.$$

Question de cours. Calculer, pour tout $a, b, x \in \mathbb{R}$,

$$\int_0^x e^{at} \sin(bt) dt.$$

Exercice. On considère les intégrales

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos(t)^2}{\cos(2t)} dt \quad \text{et} \quad J = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin(t)^2}{\cos(2t)} dt.$$

1. Calculer $I - J$ et $I + J$.
2. En déduire les valeurs de I et J.

Exercice. On considère un ensemble E, deux parties $A, B \in \mathcal{P}(E)$ et l'application

$$\begin{array}{rcl} f : \mathcal{P}(E) & \longrightarrow & \mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(B) \\ X & \longmapsto & (X \cap A, X \cap B). \end{array}$$

1. Montrer que l'application f est injective si et seulement si $A \cup B = E$.
2. Montrer que l'application f est surjective si et seulement si $A \cap B = \varnothing$.
3. A quelle condition nécessaire et suffisante, l'application f est-elle bijective ?

Vous pourrez trouver en ligne la correction des exercices proposés sur ma page personnelle en cherchant "Cacitti page personnelle" sur Google ou grâce à l'URL :

https://perso.eleves.ens-rennes.fr/~dcaci409/Kholles2425.html