Question de cours. Enoncer et démontrer la formule d'intégration par parties.

Exercice. Calculer l'intégrale

$$I = \int_1^2 \frac{\sqrt{\ln(x)}}{x} dx.$$

Exercice. Déterminer l'ensemble de définition et une primitive de la fonction réelle $f : x \longmapsto \frac{4x^2}{x^4 - 1}$.

Exercice. Calculer l'intégrale

$$I = \int_1^{\frac{5}{2}} \sqrt{-x^2 + 2x + 8} dx.$$

Question de cours. Enoncer et démontrer la formule de changement de variable.

Exercice. Calculer par une intégration par parties l'intégrale

$$I = \int_0^1 \arctan(x) dx.$$

Exercice. Déterminer une primitive de la fonction f donnée par

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = e^x (2x^3 + 3x^2 - x + 1).$$

Exercice. Soit $a, b \in \mathbb{R}$ et $f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ continue telle que

$$\forall x \in [a, b], \quad f(a + b - x) = f(x).$$

1. Montrer l'égalité
$$\int_a^b x f(x) dx = \frac{a+b}{2} \int_a^b f(x) dx.$$
2. En déduire la valeur de
$$I = \int_0^\pi \frac{x \sin(x)}{1 + \cos(x)^2} dx$$

Question de cours. Enoncer et démontrer le lien entre deux primitives d'une même fonction.

Exercice. Calculer l'intégrale

$$I = \int_1^e \frac{dt}{2t \ln(t) + t}.$$

Exercice. Donner le domaine de définition et une primitive de la fonction

$$f : x \longmapsto \frac{1}{(1 - x^2)\sqrt{1 - x^2}}.$$

Exercice. Soient $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$ et $(m, n) \in \mathbb{N}$. On considère

$$I_{m,n} = \int_\alpha^\beta (t - \alpha)^m (t - \beta)^n dt.$$

1. Déterminer une expression entre $I_{m,n}$ et $I_{m-1,n+1}$ pour $m > 1$.
2. En déduire l'expresion de $I_{m,n}$ en fonction de m et n.

Vous pourrez trouver en ligne la correction des exercices proposés sur ma page personnelle :

https ://perso.eleves.ens-rennes.fr/~dcaci409/Kholles2324.html