Le Mans Université, Licence 1- Année 2021/22
MPCe2i

CC - Maths 1 - durée 1H30

- Les exercices sont indépendants.
- La calculatrice, les téléphones portables et autres appareils électroniques sont interdits.
- Chaque réponse doit être rédigée et justifiée.

Exercice 1 (6 points).

On considère la fonction f définie par

$$f(x) = |\sin(x)| + |\cos(x)|$$

1. Étudier la parité et étudier la périodicité en donnant une période de f.
   Proposer alors un intervalle d'étude.
2. Sur l'intervalle d'étude, indiquer l'ensemble de définition ainsi que l'ensemble de dérivation de la fonction f.
3. Calculer la dérivée de f et donner les variations de f sur l'ensemble d'étude.
4. Tracer la courbe de f en indiquant le plus précisément possible les aspects étudiés.

Exercice 2 (7 points).

Calculer les intégrales suivantes

1. $I_1 = \displaystyle\int_1^2 \sqrt{x}\ln(x)dx$
2. $I_2 = \displaystyle\int_{-3}^{-2} \frac{3x+8}{3-x-2x^2}dx$ (Penser à factoriser le dénominateur)
3. $I_3 = \displaystyle\int_1^e \frac{1+\ln(x)}{x}(\ln(x))^5 dx$ (par un changement de variables)

Exercice 3 (7 points).

1. On considère la fonction h définie par : $h(x) = (1+x)e^{-x} - 1$
   (a) Donner le tableau de variations de h.
   (b) Calculer les limites de h en $-\infty$ et $+\infty$.
   (c) En déduire que $\forall x \in \mathbb{R}$, $h(x) \leq 0$.
2. On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{1 - e^{-x}}{x}$$

   (a) Donner l'ensemble de définition de f et calculer sa dérivée f'.
   (b) En déduire les variations de f.
3. Soit $a \in \mathbb{R}$. On considère l'intégrale dépendant du paramètre a :

$$I_a = \int_0^1 e^{-at} dt$$

   (a) Calculer I_a.
   (b) Calculer $\int_0^1 \left(\frac{d}{da} e^{-at} \right) dt$
   (On rappelle que $\frac{d}{da} e^{-at}$ est la dérivée de $a \mapsto e^{-at}$ par rapport à a.)