

---

TD 1 : Calculs de dérivées

---

Les questions marquées ( $*^{AA}$ ) sont à faire en auto-apprentissage.

### Exercice 1.

Donner les ensembles de définition et de dérivation des fonctions définies par les expressions suivantes :

1.  $f(x) = \log_{10} x + \log_x 10$  ;

3.  $h(x) = \frac{1}{1 - e^x}$  ;

2.  $g(x) = \frac{\ln(x-1)}{x-2}$  ;

4.  $m(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{(x-1)^2}$  .

### Exercice 2.

Calculer les dérivées des fonctions définies par les expressions suivantes :

1.  $f(x) = x^2 e^x$  ;

3.  $f(x) = (3x-1)(2x^2-3x+5)$  ;

2.  $f(x) = x \log x$  ;

4. ( $*^{AA}$ )  $f(x) = (1+2x^4)(5+3x^2)$  .

### Exercice 3.

Donner les ensembles de définition et de dérivation des fonctions définies par les expressions ci-dessous. Calculer leur dérivée.

1.  $f(x) = \frac{3}{x}$

4.  $u(x) = \frac{2ax^3}{b} - bx^2 + 3c$

2.  $g(x) = \frac{x^2}{x-1}$

5.  $v(x) = \frac{x-t}{x+t}$

3.  $h(x) = \frac{2x-5}{3x-4}$

6. ( $*^{AA}$ )  $w(x) = \frac{3x^4}{t^2-x^2}$

### Exercice 4.

Donner les ensembles de définition et de dérivation des fonctions définies par les expressions ci-dessous. Calculer leur dérivée.

1.  $f(x) = e^{3x-5}$  ;

3.  $f(x) = \sqrt{2x^2+1}$  ;

2.  $f(x) = \ln(2x^2-3x+2)$  ;

4. ( $*^{AA}$ )  $f(x) = (1-2x)^{10}$  .

### Exercice 5.

- On considère que les arêtes d'un cube de 2cm de côté à l'instant initial  $T_0 = 0$  augmentent linéairement à la vitesse de 1cm par minute.
  - Écrire l'évolution de la longueur d'une arête en fonction du temps.
  - Calculer le volume du cube en fonction du temps.
  - Calculer la vitesse à laquelle le volume augmente.
- Si l'aire d'un cercle de 10cm de rayon à l'instant initial  $T_0 = 0$  croît de  $5\text{cm}^2$  par minute, à quelle vitesse le rayon croît-il ?
- Soit un cône dont le rayon de la base est égale à la hauteur. Si le volume de ce cône haut de 10cm à l'instant initial  $T_0 = 0$  augmente de  $15\text{cm}^3$  par minute, à quelle vitesse augmente le rayon ?

### Exercice 6.

Donner les ensembles de définition et de dérivation des fonctions définies par les expressions ci-dessous. Calculer leur dérivée.

- $f(x) = \sqrt[5]{x^2}$
- $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^3}}$
- $f(T) = \sqrt{3\omega T} + \sqrt[3]{\omega T}$
- $f(x) = (a + 2x)\sqrt{a - x}$
- $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{(2x + 1)^2}}$
- $(*^{AA}) f(x) = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$

### Exercice 7.

Donner les ensembles de définition et de dérivation des fonctions définies par les expressions ci-dessous. Calculer leur dérivée.

- $f(x) = 3 \sin x + \cos(3x)$ ;
- $f(t) = \sin^2(\omega t)$ ;
- $f(\theta) = \sin(2\theta) \cos(\theta)$ ;
- $f(x) = \tan(x)$ ;
- $(*^{AA}) f(x) = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ ;
- $(*^{AA}) f(\theta) = \sin(3\theta) \cos(2\theta)$ ;
- $f(x) = t\sqrt{\cos(2x)}$ ;
- $f(t) = a \sin^3(\omega t + \varphi)$ ;

### Exercice 8.

Donner les ensembles de définition et de dérivation des fonctions définies par les expressions ci-dessous. Calculer leur dérivée.

1.  $f(x) = \ln(1 + 3 \sin^2 x)$  ;

2.  $f(x) = \frac{1}{\ln x}$  ;

3.  $f(x) = \sqrt{1 + e^{-2x}}$  ;

4.  $f(x) = (x^2 + x + 3)e^{\sin x}$  ;

5.  $f(x) = \ln\left(\frac{\sqrt{1+x}}{1-x}\right)$  ;

6.  $(*^{AA}) f(x) = \ln(1 + \sin(x))$ .

7.  $(*^{AA}) f(x) = x^x$

### Exercice 9.

À une altitude de 1220 mètres, une fusée s'élève verticalement à une vitesse constante de 270 mètres par seconde. Une caméra au sol est placée à 900 mètres de la rampe de lancement et filme le décollage.

1. Exprimer l'altitude de la fusée en fonction du temps.
2. Exprimer l'angle de la caméra (par rapport à l'horizontale) en fonction de l'altitude de la fusée.
3. À quelle vitesse l'angle de la caméra doit-il évoluer pour qu'elle ne perde pas de vue la fusée ?

**Pour réviser :** Faire le QCM-calcul de dérivées sur la page UMTICE (L1 - Calculs Mathématiques, Maths 1 et Maths 2)

---

Pour aller plus loin

---

### Exercice 10.

Indiquer l'ensemble de définition, de dérivation la dérivée des fonctions suivantes :

1.  $f(x) = |x|$ .

2.  $g(x) = |\cos(x)|$ .

### Exercice 11.

On considère la fonction  $\varphi(x) = \frac{1}{1 + |x|}$ .

1. Donner l'ensemble de définition de  $\varphi$  et calculer la dérivée de  $\varphi$  pour tout  $x \neq 0$ .
2. La fonction  $\varphi$  est-elle dérivable en 0 ?

### Exercice 12.

On note  $f^n = f \circ f \circ f \circ \dots \circ f$  pour la composée  $n$  fois de la même fonction  $f$ .

Calculer la dérivée de  $f^4$ .