

Chapitre 5

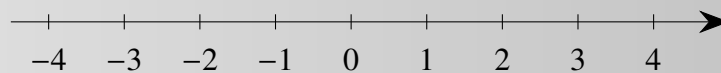
Intervalles de $\mathbb{R}$, valeur absolue

5.1 Droite numérique

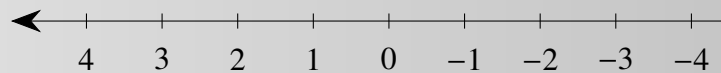
Exercice 5.1 -

Parmi les exemples suivants, lesquels sont des droites graduées ? Justifier pourquoi. Si c'est une droite graduée, préciser la longueur de l'espace entre deux graduations.

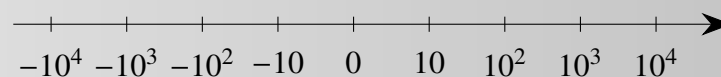
i)



ii)



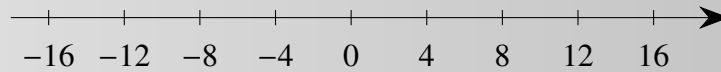
iii)



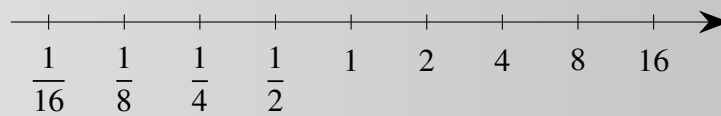
Exercice 5.2 -

Parmi les exemples suivants, lesquels sont des droites graduées ? Justifier pourquoi. Si c'est une droite graduée, préciser la longueur de l'espace entre deux graduations.

i)



ii)



Exercice 5.3 -

Placer sur la droite graduée les nombres 0 , $\frac{3}{2}$ et 2.25 .

Exercice 5.4 -

Placer sur la droite graduée les nombres -1 , 0.5 et π .

Exercice 5.5 -

Placer sur la droite graduée les nombres -2 , $-\frac{4}{3}$ et 1.5 .

5.2 Intervalles et notations

5.2.1 A partir d'un ensemble

Exercice 5.6 -

Représenter les ensembles suivants sur la droite graduée, les écrire sous forme d'intervalle.

i) $\{x \in \mathbb{R} : x \leq 2\}$

ii) $\{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x < 2\}$

iii) $\{x \in \mathbb{R} : -1 < x\}$

iv) $\{x \in \mathbb{R} : -1 < x \leq 0\}$

Exercice 5.7 -

Représenter les ensembles suivants sur la droite graduée, les écrire sous forme d'intervalle.

i) $\left\{x \in \mathbb{R} : x < \frac{2}{3}\right\}$

ii) $\left\{x \in \mathbb{R} : -2 < x < \frac{5}{2}\right\}$

iii) $\{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x \leq 3\}$

iv) $\{x \in \mathbb{R} : x < 0\}$

Exercice 5.8 -

Représenter les ensembles suivants sur la droite graduée, les écrire sous forme d'intervalle.

i) $\{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x\}$

ii) $\left\{x \in \mathbb{R} : -\frac{7}{2} < x \leq \frac{5}{2}\right\}$

iii) $\left\{x \in \mathbb{R} : -\frac{1}{2} \leq x\right\}$

iv) $\left\{x \in \mathbb{R} : -\frac{1}{2} < x < 4\right\}$

5.2.2 A partir d'une écriture d'intervalle

Exercice 5.9 -

Représenter les intervalles suivants sur la droite graduée et les écrire sous forme d'ensemble.

i) $] -\infty, 1[$

ii) $[1, 2]$

iii) $] -3, +\infty[$

iv) $] -2, -1]$

Exercice 5.10 -

Représenter les intervalles suivants sur la droite graduée et les écrire sous forme d'ensemble.

i) $[-3, 1[$

ii) $[1, +\infty[$

iii) $\left] -\infty, \frac{3}{2} \right[$

iv) $\left[-\frac{5}{2}, \frac{3}{2} \right]$

Exercice 5.11 -

Représenter les intervalles suivants sur la droite graduée et les écrire sous forme d'ensemble.

i) $\left[0, \frac{5}{2} \right]$

ii) $\left] -2, \frac{7}{2} \right[$

iii) $\left] -\infty, \frac{1}{2} \right]$

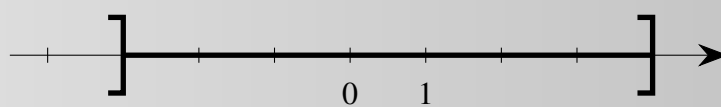
iv) $\left[\frac{5}{2}, +\infty \right]$

5.2.3 A partir de la droite graduée

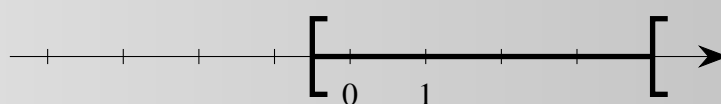
Exercice 5.12 -

Écrire les intervalles représentés sur la droite graduée suivants sous forme d'intervalle et sous forme d'ensemble.

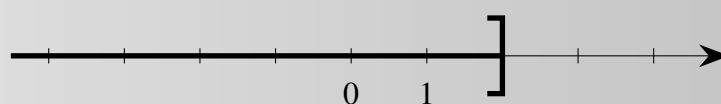
i)



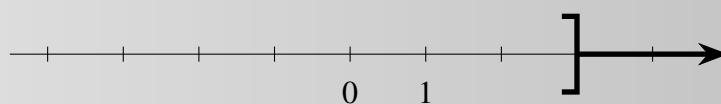
ii)



iii)



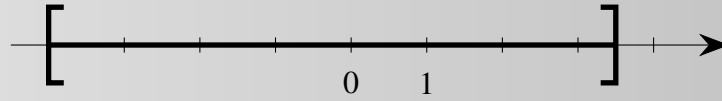
iv)



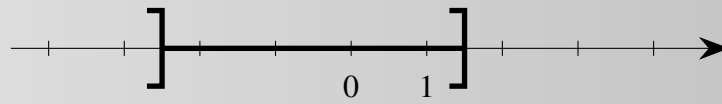
Exercice 5.13 -

Écrire les intervalles représentés sur la droite graduée suivants sous forme d'intervalle et sous forme d'ensemble.

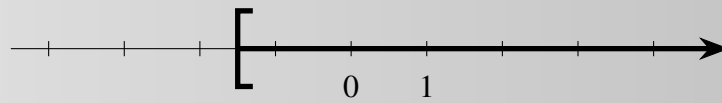
i)



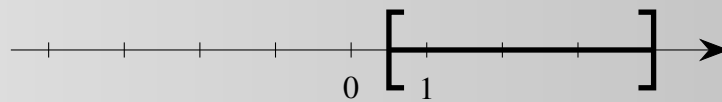
ii)



iii)



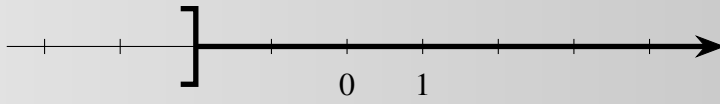
iv)



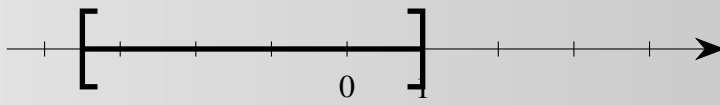
Exercice 5.14 -

Écrire les intervalles représentés sur la droite graduée suivants sous forme d'intervalle et sous forme d'ensemble.

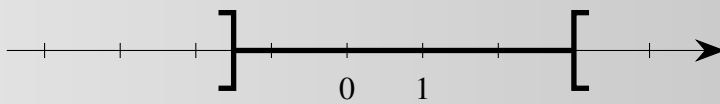
i)



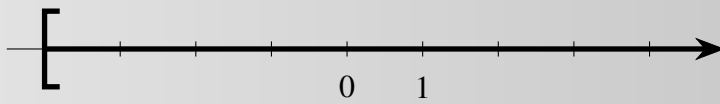
ii)



iii)



iv)



5.3 Valeur absolue

5.3.1 Calcul de valeurs absolues

Exercice 5.15 -

Calculer la valeur absolue des nombres suivants

i) -7

ii) 4

iii) 0

iv) $-\frac{5}{2}$

v) $\frac{3}{2}$

vi) -1

Exercice 5.16 -

Calculer la valeur absolue des nombres suivants.

i) $-\sqrt{7}$

ii) π

iii) $-\frac{\sqrt{5}}{2}$

iv) π

v) $\sqrt{5}$

vi) $-\sqrt{12}$

Exercice 5.17 -

Calculer la valeur absolue des nombres suivants.

i) $\sqrt{2}$

ii) $-\sqrt{10}$

iii) $\frac{\pi}{2}$

iv) $-\frac{\pi}{3}$

v) $\sqrt{20}$

vi) $-\sqrt{7}$

5.3.2 Calcul de distances entre deux nombres

Exercice 5.18 -

Calculer la distance entre ces deux nombres.

i) 3 et 7

ii) -2 et 4

iii) $\frac{1}{2}$ et 2

iv) -5 et -1

v) -3 et $\frac{1}{2}$

vi) $\frac{3}{2}$ et $-\frac{1}{2}$

Exercice 5.19 -

Calculer la distance entre ces deux nombres.

i) $-\frac{3}{2}$ et $\frac{5}{2}$

ii) $\frac{7}{3}$ et $-\frac{2}{3}$

iii) $-\frac{5}{4}$ et $\frac{3}{2}$

iv) $\frac{5}{6}$ et $-\frac{1}{3}$

v) $-\frac{7}{4}$ et $-\frac{1}{2}$

vi) $\frac{5}{3}$ et $\frac{1}{6}$

Exercice 5.20 -

Calculer la distance entre ces deux nombres.

i) $\sqrt{5}$ et 2

ii) $-\sqrt{3}$ et 1

iii) $\sqrt{8}$ et -3

iv) 0 et $-\sqrt{8}$

v) $\sqrt{12}$ et 0

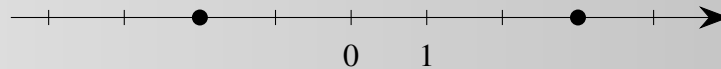
vi) $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ et $\frac{1}{2}$

5.3.3 Distance entre deux points sur une droite graduée

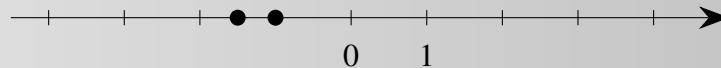
Exercice 5.21 -

Trouver la distance entre les deux points sur la droite graduée

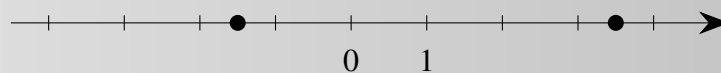
i)



ii)



iii)



5.3.4 Intervalle centré en un nombre

Exercice 5.22 -

Représenter sur la droite graduée les intervalles suivants (centrés en un nombre) et les écrire avec des crochets.

i) $\{x \in \mathbb{R} : |x - 1| \leq 1\}.$

ii) $\left\{x \in \mathbb{R} : \left|x - \frac{3}{2}\right| < \frac{1}{2}\right\}.$

iii) $\left\{x \in \mathbb{R} : \left|x + 2\right| \leq \frac{1}{2}\right\}.$

iv) $\left\{x \in \mathbb{R} : \left|x + \frac{1}{2}\right| < \frac{3}{2}\right\}.$

5.4 Appartenance, union, intersection

5.4.1 Appartenance

Exercice 5.23 -

Compléter avec $\in$ ou $\notin$.

i) $3 \cdots [-2; 5]$

ii) $-1,5 \cdots] - 2; 1]$

iii) $\frac{3}{2} \cdots [2; +\infty[$

iv) $4 \cdots] 1; 4[$

v) $-\frac{3}{4} \cdots] - 1; 0]$

vi) $2,5 \cdots] - \infty; 2[$

Exercice 5.24 -

Compléter avec $\in$ ou $\notin$.

i) $-2 \cdots [-2; 5]$

ii) $4 \cdots] 1; 4[$

iii) $\frac{3}{2} \cdots \left] \frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right]$

iv) $-1 \cdots] - 1; 3]$

v) $2,5 \cdots [2,5; 6]$

vi) $-\frac{1}{2} \cdots \left] -\infty; -\frac{1}{2} \right[$

Exercice 5.25 -

Compléter avec $\in$ ou $\notin$.

i) $-4 \cdots [-4; 2[$

ii) $3,5 \cdots] 1; 3,5[$

iii) $\frac{1}{2} \cdots \left] 0; \frac{3}{2} \right]$

iv) $-2,5 \cdots [-2,5; 4]$

v) $6 \cdots [6; +\infty[$

vi) $-\frac{3}{4} \cdots \left] -1; -\frac{3}{4} \right[$

Exercice 5.26 -

Compléter avec $\in$ ou $\notin$.

i) $0 \cdots] -\infty; 0]$

ii) $4,2 \cdots] 2; 5[$

iii) $-\frac{5}{2} \cdots \left[-3; -\frac{5}{2} \right[$

iv) $1,25 \cdots [1,25; 3]$

v) $-7 \cdots] -\infty; -7[$

vi) $\frac{7}{4} \cdots \left[\frac{3}{4}; \frac{7}{4} \right]$

5.4.2 Union et Intersection

5.4.3 Représentation graphique

Exercice 5.27 -

Déterminer et représenter graphiquement l'union et l'intersection des deux intervalles. Si l'union de I et J ne forme pas un intervalle, écrire $I \cup J$.

- | | |
|------------------------------------|---|
| i) $I = [-2; 3]$ et $J = [1; 5]$ | ii) $I =]-4; 2[$ et $J =]0; 6[$ |
| iii) $I = [-3; 1]$ et $J = [2; 5]$ | iv) $I =]-\infty; 4]$ et $J = [1; +\infty[$ |
| v) $I = [-5; -1[$ et $J =]-3; 2]$ | vi) $I =]-\infty; -2[$ et $J = [3; +\infty[$ |

Exercice 5.28 -

Déterminer et représenter graphiquement l'union et l'intersection des deux intervalles. Si l'union de I et J ne forme pas un intervalle, écrire $I \cup J$.

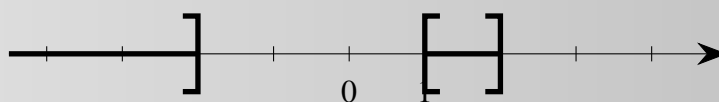
- | | |
|--|--|
| i) $I = \left[-2; \frac{3}{2}\right]$ et $J = \left[\frac{1}{2}; 4\right]$ | ii) $I =]-3; 1[$ et $J = \left]-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right]$ |
| iii) $I = \left[-\frac{5}{2}; 0\right]$ et $J = \left[1; \frac{7}{2}\right]$ | iv) $I = \left]-\infty; \frac{3}{2}\right]$ et $J = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$ |
| v) $I = \left[-4; -\frac{1}{2}\right[$ et $J =]-2; 3]$ | vi) $I =]-\infty; -1[$ et $J = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$ |

5.4.4 Reconnaître une union d'intervalles

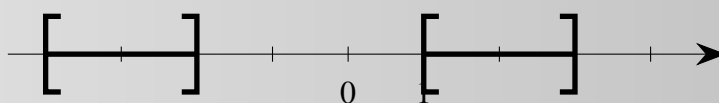
Exercice 5.29 -

Écrire l'union d'intervalles représentée graphiquement:

i)



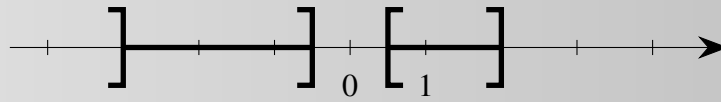
ii)



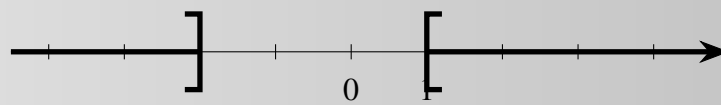
Exercice 5.30 -

Écrire l'union d'intervalles représentée graphiquement:

i)



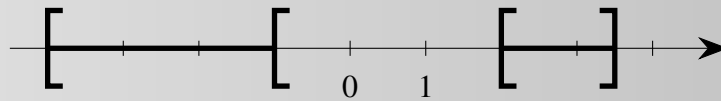
ii)



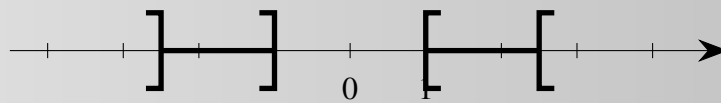
Exercice 5.31 -

Écrire l'union d'intervalles représentée graphiquement:

i)



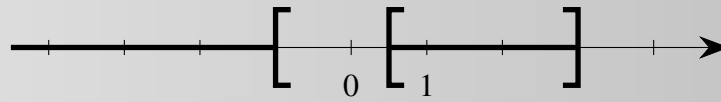
ii)



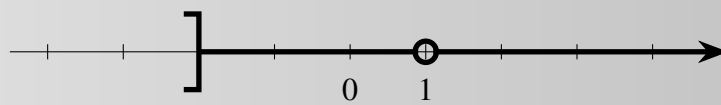
Exercice 5.32 -

Écrire l'union d'intervalles représentée graphiquement:

i)



ii)



5.5 Encadrement d'un réel par un décimal

Exercice 5.33 -

Donner les encadrements des réels suivants à la précision souhaitée.

- i) 1.798653459827 à 10^{-9} près.
- ii) $\sqrt{3} \approx 1.732050807568 \dots$ à 10^{-4} près.
- iii) $\pi \approx 3.141592653589 \dots$ à 10^{-2} près.
- iv) $\sqrt{7} \approx 2.645751311064 \dots$ à 10^{-6} près.
- v) -2.386417529631 à 10^{-4} près.
- vi) $\sqrt{11} \approx 3.316624790355 \dots$ à 10^{-5} près.