

# Une introduction aux flots dynamiques

D'après Martin Skutella

Anne-Elisabeth FALQ & Nadjat BOURDACHE

UPMC

17 janvier 2017

- 1 Introduction
- 2 Flots dynamiques
- 3 Problème de flot dynamique maximum
- 4 Flots à arrivée au plus tôt
- 5 Conclusion

- Motivation : Plus réaliste que les flots statiques.  
Ex. : Réseaux routiers, systèmes de production, ...
- Caractéristique :
  - Un paramètre additionnel  $\rightarrow$  le temps de transit du flot.
  - Les valeurs de flots sur les arcs ne sont pas constantes.

- 1 Introduction
- 2 Flots dynamiques
  - Définition
  - Un exemple
  - Décomposition des flots statiques
  - Flots en régime permanent
- 3 Problème de flot dynamique maximum
- 4 Flots à arrivée au plus tôt
- 5 Conclusion

## Contexte et notations :

- Horizon de temps  $T$  fini.
- Capacités  $(c_e)_{e \in E}$  constantes.
- Temps de transit  $(\tau_e)_{e \in E}$  constants.
- Modèle de temps continu.

## Définition

Un flot dynamique à horizon  $T$  consiste en une famille de fonctions  $(f_e)_{e \in E}$ , représentant le débit du flot entrant en  $e$  au cours du temps, telle que

$$\forall e \in E, \begin{cases} f_e : [0, T) \rightarrow \mathbb{R}^+ \\ \forall \theta \geq T - \tau_e, f_e(\theta) = 0 \end{cases}$$

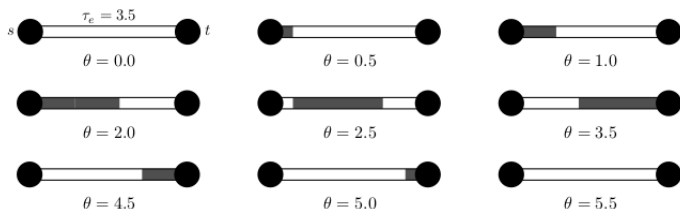
et

$$\forall \theta \in [0, T), v \in V, \sum_{e \in \delta^-(v)} f_e(\theta - \tau_e) = \sum_{e \in \delta^+(v)} f_e(\theta).$$

## Exemple : un seul arc

Deux unités de flots à envoyer de  $s$  à  $t$  avec  $\tau_e = 3.5$  et  $T = 5.5$ .

$$f_e(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{si } \theta \in [0, 2) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$



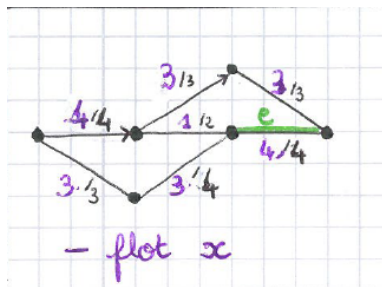
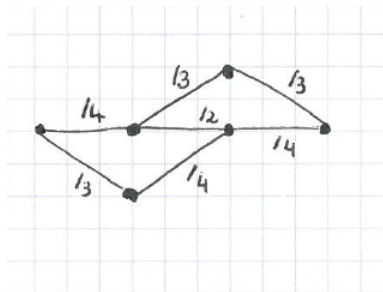
# Théorème de décomposition de flots

## Théorème

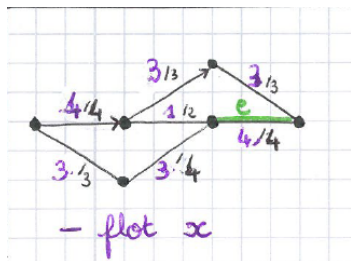
Tout flot statique possède une décomposition  $(x_P)_{P \in \mathcal{PUC}} \in (\mathbb{R}^+)^{\mathcal{PUC}}$  telle que

$$\forall e \in E, x_e = \sum_{\substack{P \in \mathcal{PUC} \\ e \in P}} x_P$$

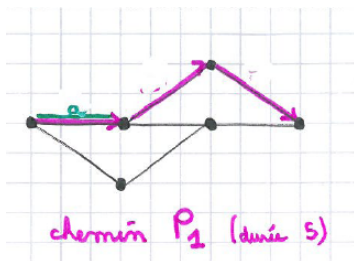
Exemple :



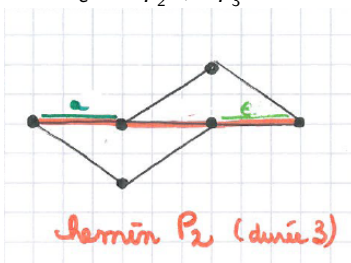
# Exemple : décomposition de flot



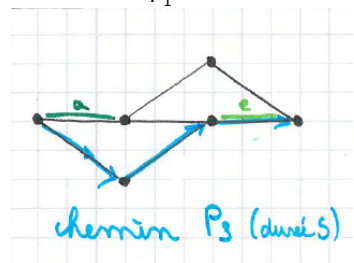
$$x_e = x_{P_2} + x_{P_3} = 4$$



$$x_{P_1} = 3$$



$$x_{P_2} = 1$$



$$x_{P_3} = 3$$

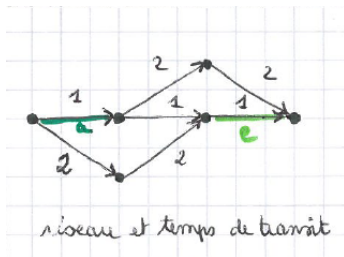
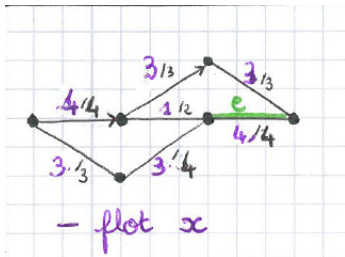
## Définition

À partir d'un flot statique  $x$  de décomposition  $(x_p)_{p \in \mathcal{P}_{UC}} \in (\mathbb{R}^+)^{\mathcal{P}_{UC}}$ , et pour un horizon de temps  $T$ , on considère le flot dynamique dans lequel on envoie un débit de  $x_p$  sur la période  $[0, T - \tau(P)]$  le long de chaque chemin  $p \in \mathcal{P}$ .

On parlera de **flot en régime permanent**.

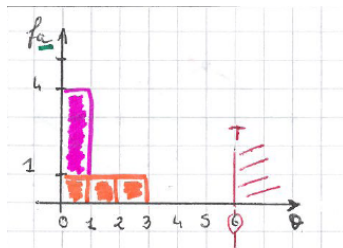
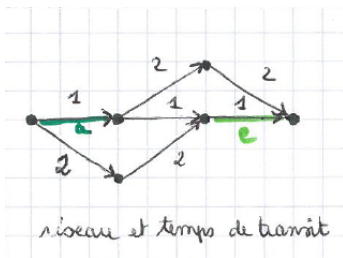
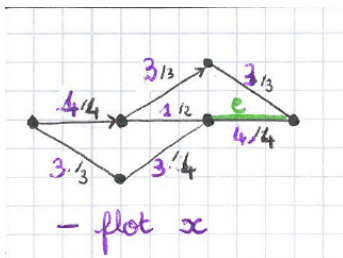
# Exemple : flot en régime permanent

Exemple : Calculons  $f$  le flot en régime permanent associé au flot statique  $x$ , en horizon  $T = 6$ .



# Exemple : flot en régime permanent

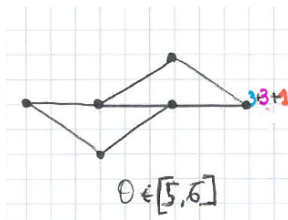
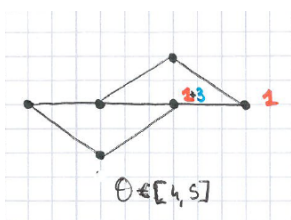
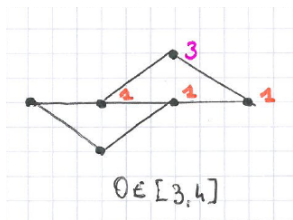
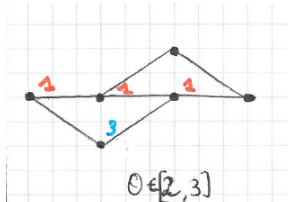
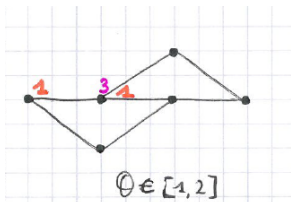
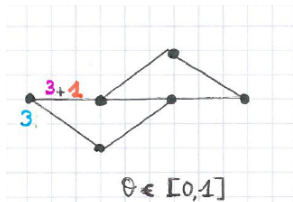
Exemple : Calculons  $f$  le flot en régime permanent associé au flot statique  $x$ , en horizon  $T = 6$ .



$$f_a = x_{P_1} \mathbb{1}_{[0, T - \tau(P_1)]} + x_{P_2} \mathbb{1}_{[0, T - \tau(P_2)]}$$

$\uparrow$  3 [0, 6-5]  
 $\uparrow$  1 [0, 6-3]

# Exemple : flot en régime permanent



## Lemme

Soit  $f$  le flot en régime permanent associé au flot statique  $x$  en horizon  $T$ . Sa valeur est alors donnée par

$$|f| = T \cdot |x| - \sum_{e \in E} \tau_e x_e$$

Remarque : En particulier, la valeur du flot  $f$ , ne dépend pas de la décomposition de  $x$  choisie.

# Valeur d'un flot en régime permanent

## Lemme

Soit  $f$  le flot en régime permanent associé au flot statique  $x$  en horizon  $T$ . Sa valeur est alors donnée par

$$|f| = T \cdot |x| - \sum_{e \in E} \tau_e x_e$$

**Démonstration :**

$$\begin{aligned} |f| &= \sum_{P \in \mathcal{P}} (T - \tau(P)) \cdot x_P \\ &= T \cdot \sum_{P \in \mathcal{P}} x_P - \sum_{P \in \mathcal{P}} \sum_{e \in P} \tau_e \cdot x_P \\ &= T \cdot |x| - \sum_{e \in E} \tau_e \cdot \sum_{P \in \mathcal{P}: e \in P} x_P \\ &= T \cdot |x| - \sum_{e \in E} \tau_e x_e \end{aligned}$$

- 1 Introduction
- 2 Flots dynamiques
- 3 **Problème de flot dynamique maximum**
  - Définition du problème
  - Algorithme Ford-Fulkerson pour les flots dynamiques
- 4 Flots à arrivée au plus tôt
- 5 Conclusion

## Problème du flot dynamique maximum

### Entrée :

- Un réseau  $G = (V, E)$  avec capacités  $(u_e)_{e \in E}$  et temps de transit sur les arcs  $(\tau_e)_{e \in E}$ .
- Un nœud source  $s$ .
- Un nœud puits  $t$ .
- Un horizon de temps  $T$  fini.

### Sortie :

- Un  $s$ - $t$ -flot dynamique  $f$  réalisable, d'horizon  $T$  et de valeur  $|f|$  maximum.

## Algorithme de Ford-Fulkerson pour les flots dynamiques

Entrée :  $G = (V, E)$ ,  $(u_e)_{e \in E}$ ,  $(\tau_e)_{e \in E}$ ,  $(s, t) \in V^2$ ,  $T \geq 0$

Sortie : Un flot en régime permanent d'horizon  $T$

1 : Calculer un flot statique réalisable  $x$  qui maximise

$$T \cdot |x| - \sum_{e \in E} \tau_e \cdot x_e$$

2 : Calculer une décomposition  $(x_P)_{P \in \mathcal{PUC}}$

3 : Retourner le flot en régime permanent  $f$  correspondant

Remarque : L'étape 1 revient à calculer un flot max de coût min, pour les coûts  $(\tau_e)_{e \in E}$

## Théorème

L'algorithme de Ford-Fulkerson renvoie un  $s$ - $t$ -flot dynamique de valeur maximum pour l'horizon  $T$ .

$$\max_{f \text{ flot dyn.}} |f| = \max_{f \text{ flot dyn. en r.p.}} |f|$$

- 1 Introduction
- 2 Flots dynamiques
- 3 Problème de flot dynamique maximum
- 4 Flots à arrivée au plus tôt**
  - Idée
  - Définition du problème
  - Un exemple
  - Algorithme
- 5 Conclusion

L'horizon  $T$  devient incertain, on peut être contraint s'arrêter avant.

Exemple : Si on modélise l'évacuation de personnes en cas d'incendie, alors on veut maximiser le nombre de personnes évacuées à chaque instant.

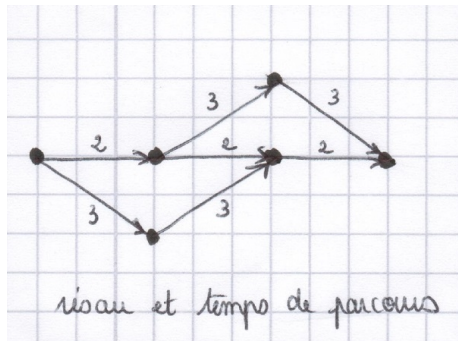
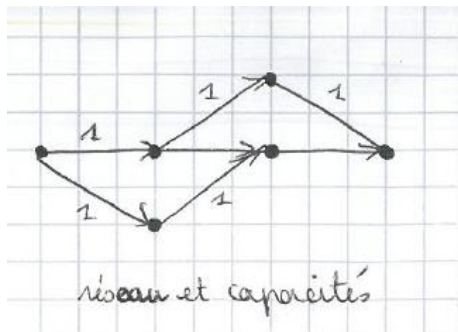
## Problème du flot à arrivée au plus tôt

- Entrée :
- Un réseau  $G = (V, E)$  avec capacités et temps de transit sur les arcs
  - Un nœud source  $s$
  - Un nœud puits  $t$
  - Un horizon de temps  $T$

Sortie : Trouver un  $s$ - $t$ -flot dynamique  $f$  réalisable, d'horizon  $T$  tel que  $\forall \theta \in [0, T]$ ,  $f$  maximise

$$\underbrace{ex_f(t, \theta)}_{\text{excès de flot en } t \text{ au temps } \theta}$$

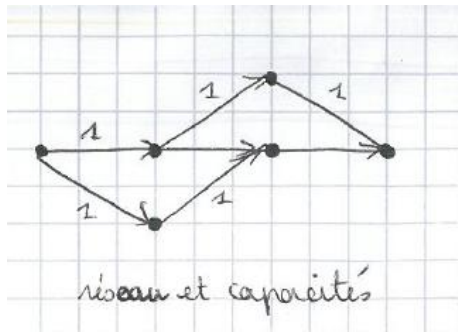
# Flot à arrivée au plus tôt sur un exemple



# Flot à arrivée au plus tôt sur un exemple

	a	b	c	d	e	f	g
$x =$	0	0	0	0	0	0	0

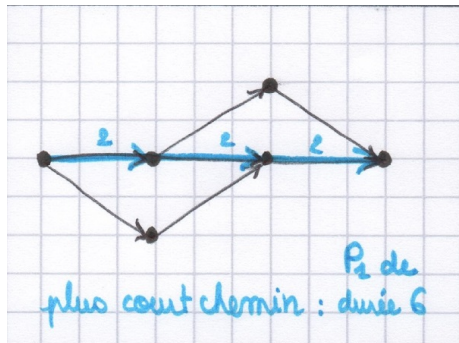
$L =$



# Flot à arrivée au plus tôt sur un exemple

	a	b	c	d	e	f	g
x =	0	0	0	0	0	0	0

L =

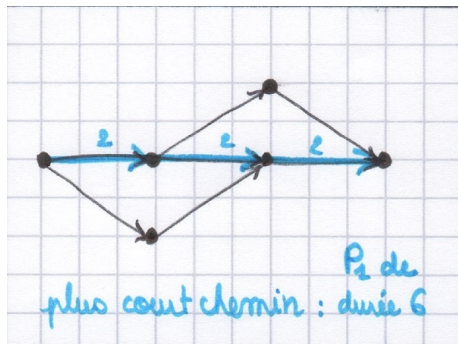


# Flot à arrivée au plus tôt sur un exemple

	a	b	c	d	e	f	g
$x =$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	0	0	0	0
$x =$	1	1	1	0	0	0	0

$$L = \boxed{P_1} \boxed{\dots}$$

$$x_{P_1} = 1$$

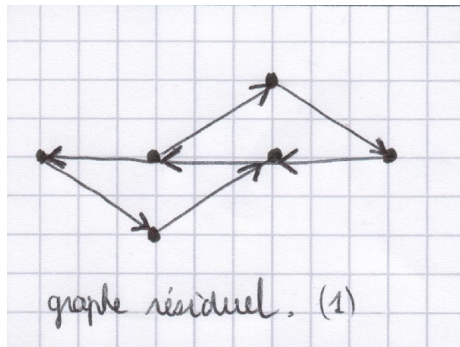


# Flot à arrivée au plus tôt sur un exemple

	a	b	c	d	e	f	g
$x =$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	0	0	0	0
$x =$	1	1	1	0	0	0	0

$$L = \boxed{P_1} \quad \boxed{\dots}$$

$$x_{P_1} = 1$$

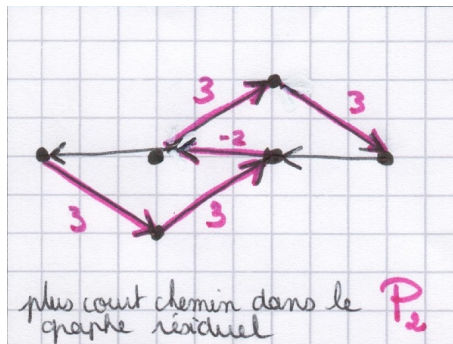


# Flot à arrivée au plus tôt sur un exemple

	a	b	c	d	e	f	g
$x =$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	0	0	0	0
$x =$	1	1	1	0	0	0	0

$$L = \boxed{P_1} \mid \dots$$

$$x_{P_1} = 1$$



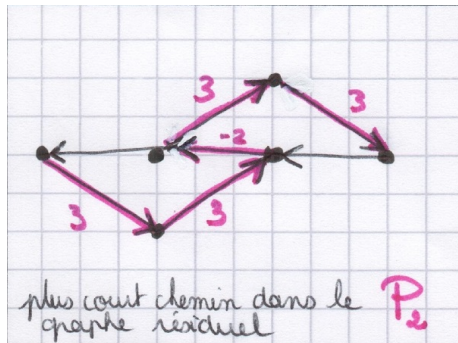
# Flot à arrivée au plus tôt sur un exemple

	a	b	c	d	e	f	g
$x =$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	0	0	0	0
$x =$	1	<del>1</del>	1	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$x =$	1	0	1	1	1	1	1

$$L = \boxed{P_1} \boxed{P_2} \dots$$

$$x_{P_1} = 1$$

$$x_{P_2} = 1$$



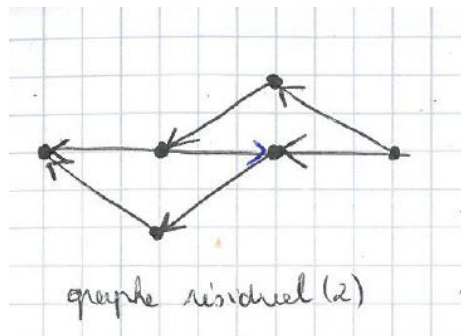
# Flot à arrivée au plus tôt sur un exemple

	a	b	c	d	e	f	g
$x =$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	0	0	0	0
$x =$	1	<del>1</del>	1	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$x =$	1	0	1	1	1	1	1

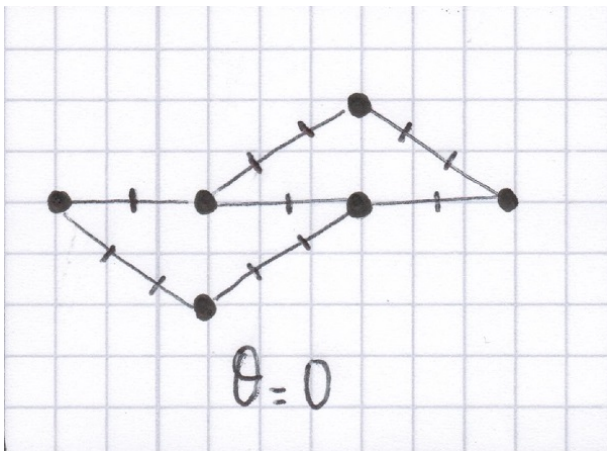
$$L = \boxed{P_1} \boxed{P_2} \dots$$

$$x_{P_1} = 1$$

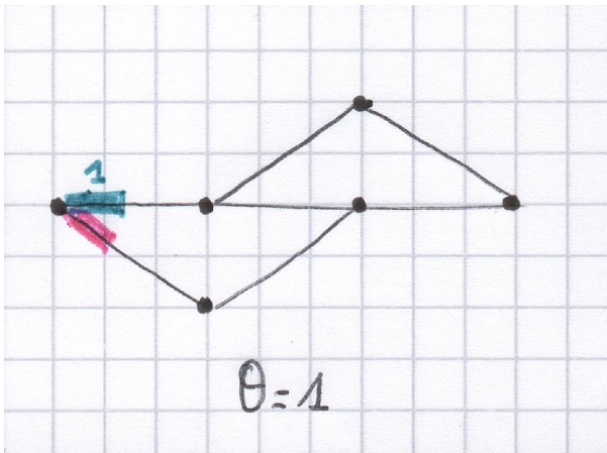
$$x_{P_2} = 1$$



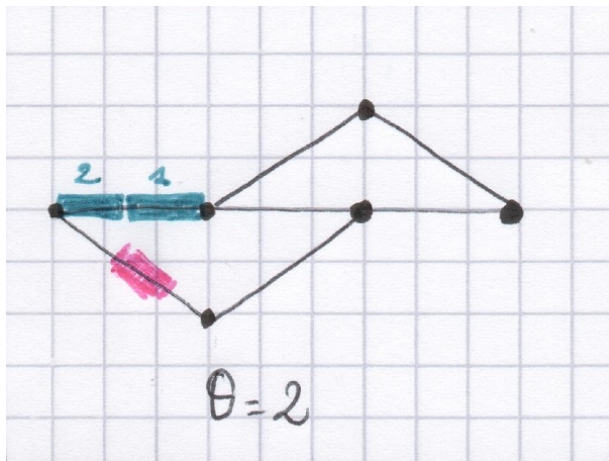
# Flot à arrivée au plus tôt sur un exemple



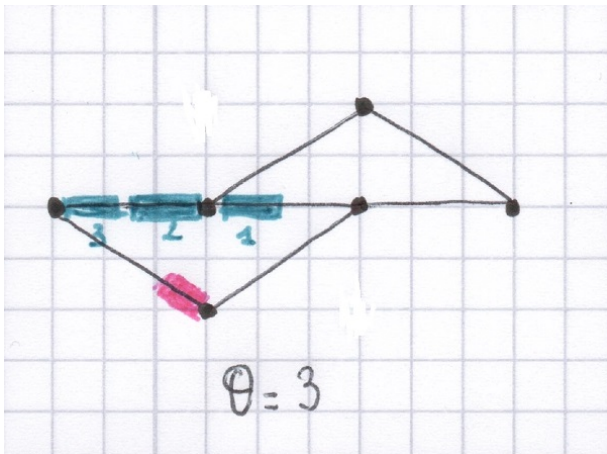
# Flot à arrivée au plus tôt sur un exemple



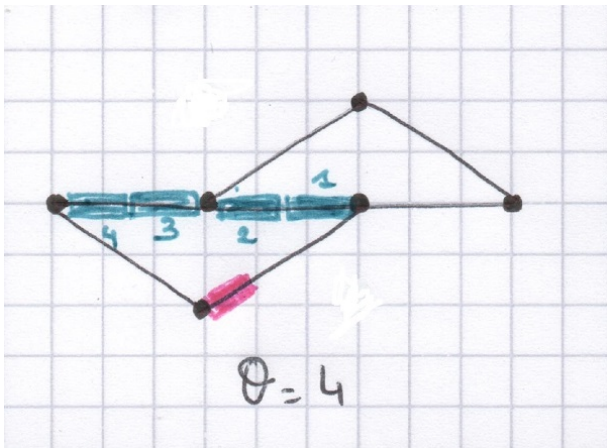
# Flot à arrivée au plus tôt sur un exemple



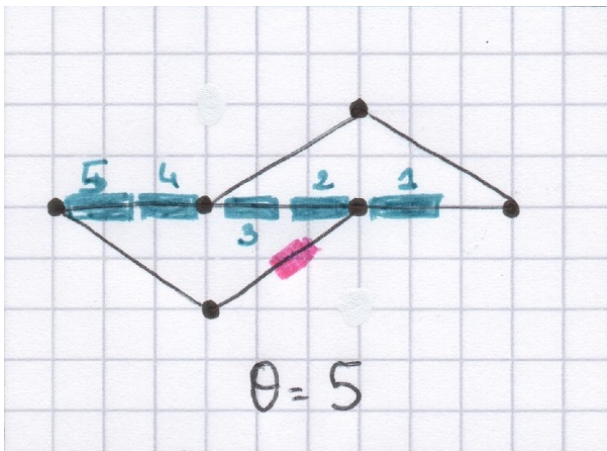
# Flot à arrivée au plus tôt sur un exemple



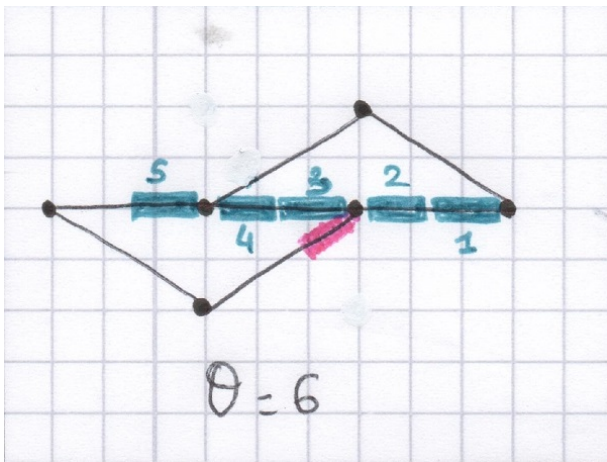
# Flot à arrivée au plus tôt sur un exemple



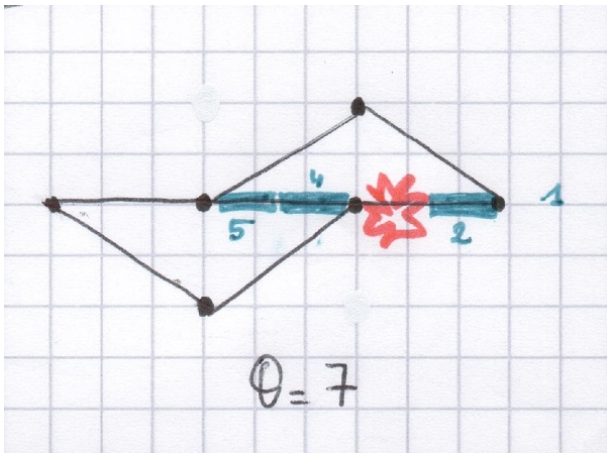
# Flot à arrivée au plus tôt sur un exemple



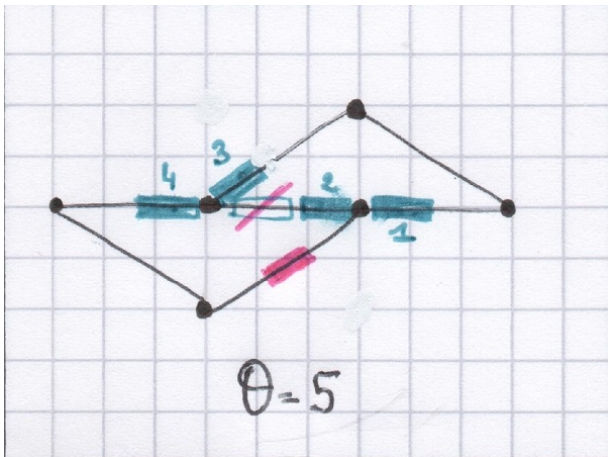
# Flot à arrivée au plus tôt sur un exemple



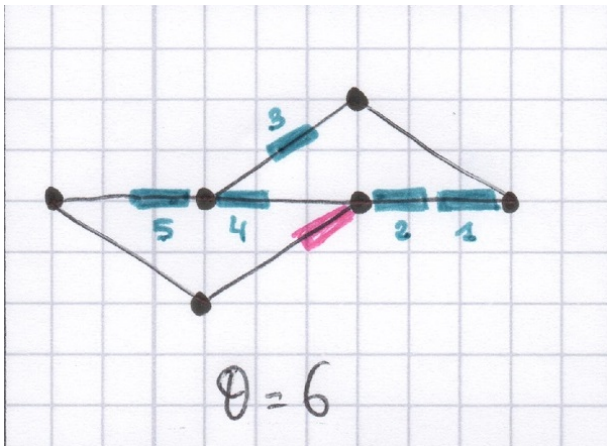
# Flot à arrivée au plus tôt sur un exemple



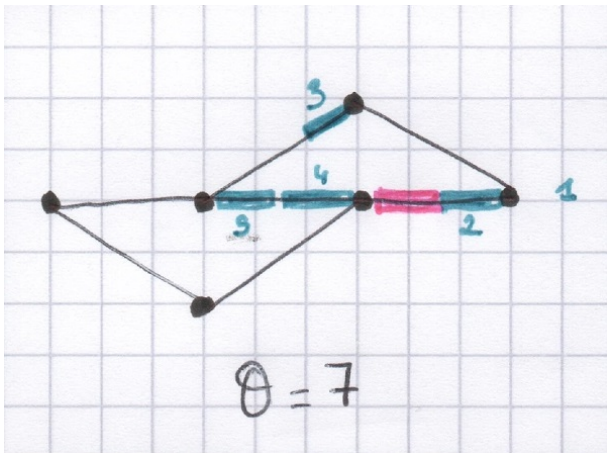
# Flot à arrivée au plus tôt sur un exemple



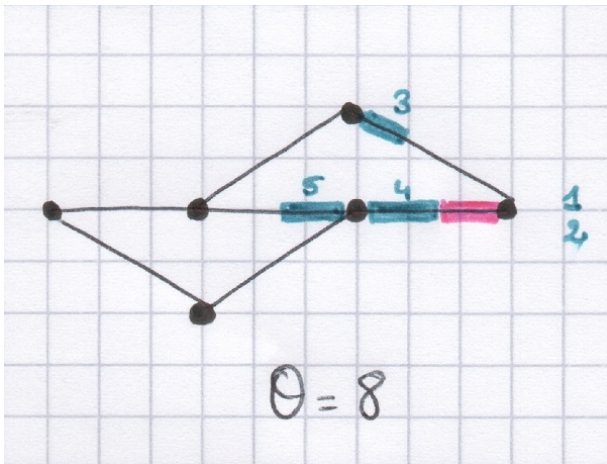
# Flot à arrivée au plus tôt sur un exemple



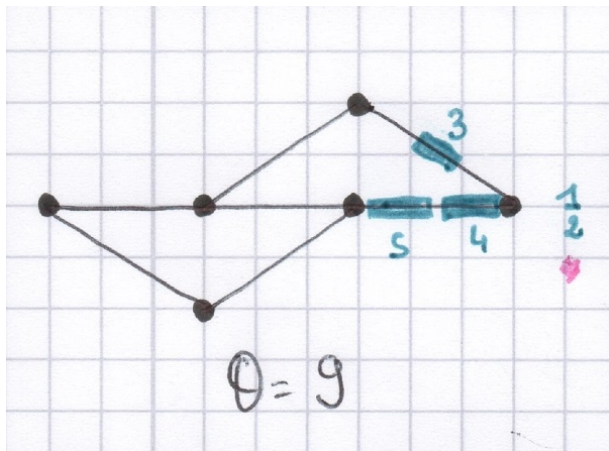
# Flot à arrivée au plus tôt sur un exemple



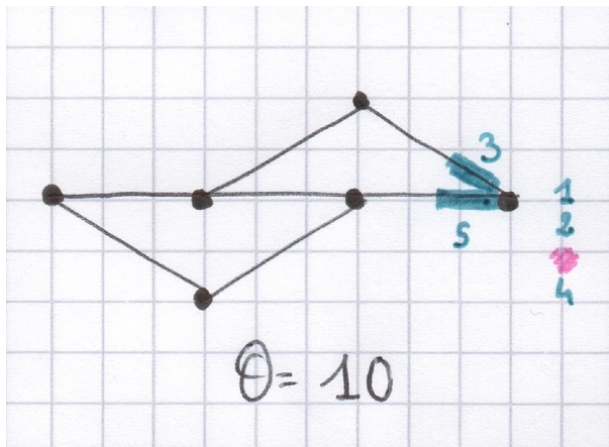
# Flot à arrivée au plus tôt sur un exemple



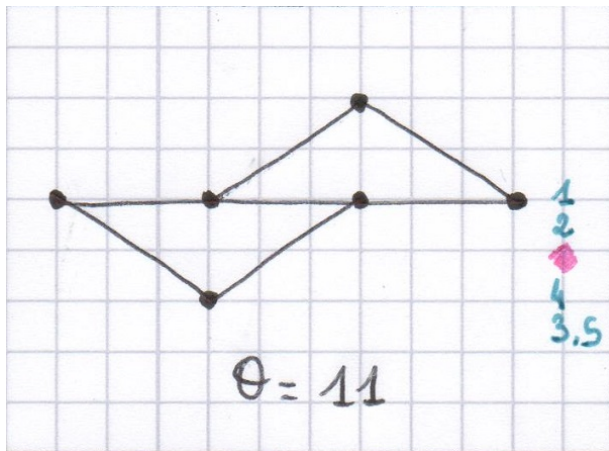
# Flot à arrivée au plus tôt sur un exemple



# Flot à arrivée au plus tôt sur un exemple



# Flot à arrivée au plus tôt sur un exemple



# Algorithme de flot d'arrivée au plus tôt

## Algorithme d'arrivée au plus tôt

Entrée :  $G = (V, E)$ ,  $(u_e)_{e \in E}$ ,  $(\tau_e)_{e \in E}$ ,  $(s, t) \in V^2$ ,  $T \geq 0$

Sortie : Un  $s$ - $t$ -flot d'horizon  $T$  arrivant au plus tôt.

- 1 : Poser  $\forall e \in E$ ,  $x_e = 0$ , et considérer  $G^x$  le graphe résiduel
- 2 : Créer  $L$  un tableau dynamique de chemins, initialement vide
- 3 : Tant que  $\text{dist}_{G^x}(s, t) < T$ 
  - trouver un plus court chemin  $P$  de  $s$  à  $t$  dans  $G^x$
  - calculer  $m = \min_{e \in P} u_e^x$
  - ajouter  $P$  à  $L$ , et stocker  $x_P = m$
  - $\forall e \in P$ ,  $\begin{cases} \text{si } e \in E & x_e \leftarrow x_e + m \\ \text{sinon} & x_e \leftarrow x_e - m \end{cases}$
  - recalculer  $G^x$  le graphe résiduel
- 4 : Retourner le flot en régime permanent associé à la décomposition généralisée  $(x_P)_{P \in \overleftrightarrow{\mathcal{P}}}$

## Théorème

L'algorithme de flot d'arrivée au plus tôt renvoie un  $s$ - $t$ -flot dynamique maximisant  $ex_f(t, \theta)$  pour tout temps  $\theta$  entre 0 et  $T$ .

# Plan

- 1 Introduction
- 2 Flots dynamiques
- 3 Problème de flot dynamique maximum
- 4 Flots à arrivée au plus tôt
- 5 Conclusion**

- L'algorithme de Ford-Fulkerson pour les flots statiques est un outil indispensable à l'étude des flots dynamiques.
- Les flots en régime permanent sont remarquables parmi les flots dynamiques.
  - Facile.
  - Dominance.
- Idem pour les flots en régime permanent généralisés.

### Construire un flot en r.p. généralisé

**Données :**  $\left\{ \begin{array}{l} L \text{ une liste de chemins (à arcs dans } \overleftrightarrow{E}) \\ (x_p)_{P \in L} \text{ les coefficients correspondant} \\ \delta \text{ le pas de temps élémentaire} \\ T \text{ l'horizon de temps} \\ (\tau_e)_{e \in E} \text{ les temps de transit des arcs} \end{array} \right.$

**Résultat :** Le flot en r.p. correspondant, sous la forme d'un tableau, indiquant le flot pour chaque arc pour chaque pas de temps

## Etape 4 détaillée

### Construire un flot en r.p. généralisé

```
pour chaque chemin P de L faire
  pour  $\tilde{t}$  de 0 à  $T - \tau(P) - \delta$  faire
     $t = \tilde{t}$ ;
    pour chaque arc e  $\in P$  faire
      si  $e \in E$  alors
        Res  $[e, t] = \text{Res} [e, t] + x_P$ ;
         $t = t + \tau_e$ ;
      si  $e \in E$  alors
         $t = t - \tau_e$ ;
        Res  $[e, t] = \text{Res} [e, t] - x_P$ ;
  retourner Res;
```

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L =$$

$P_1$	$P_2$
1	2

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_1 =$$

a	b	c
2	2	2

$$\tau =$$

$$t = 0$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
b	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
c	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Initialiser  $P$

Initialiser  $\tilde{t}$  à 0

Initialiser  $e$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L =$$

$P_1$	$P_2$
1	2

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_1 =$$

a	b	c
2	2	2

$$t = 0$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
b	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
c	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Si  $e \in E$ , alors  $\text{Res}[e, t] \leftarrow \text{Res}[e, t] + x_P$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L = \begin{array}{|c|c|} \hline P_1 & P_2 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_1 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & c \\ \hline 2 & 2 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\tau =$$

$$t = 0$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
b	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
c	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

$$t \leftarrow t + \tau_e$$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L = \begin{array}{|c|c|} \hline P_1 & P_2 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_1 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & c \\ \hline 2 & 2 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\tau =$$

$$t = 2$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
b	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
c	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Incrémenter  $e$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L = \begin{array}{|c|c|} \hline P_1 & P_2 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_1 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & c \\ \hline 2 & 2 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$t = 2$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
b	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
c	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Si  $e \in E$ , alors  $\text{Res}[e, t] \leftarrow \text{Res}[e, t] + x_P$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L = \begin{array}{|c|c|} \hline P_1 & P_2 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_1 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & c \\ \hline 2 & 2 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$t = 2$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.
c	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

$$t \leftarrow t + \tau_e$$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L = \begin{array}{|c|c|} \hline P_1 & P_2 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_1 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & c \\ \hline 2 & 2 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\tau =$$

$$t = 6$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.
c	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Incrémenter **e**

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L =$$

$P_1$	$P_2$
-------	-------

$$x_P =$$

1	2
---	---

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_1 =$$

a	b	c
---	---	---

$$\tau =$$

2	2	2
---	---	---

$$t = 6$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.
c	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Si  $e \in E$ , alors  $\text{Res}[e, t] \leftarrow \text{Res}[e, t] + x_P$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L = \begin{array}{|c|c|} \hline P_1 & P_2 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_1 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & c \\ \hline 2 & 2 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\tau =$$

$$t = 6$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

$$t \leftarrow t + \tau_e$$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L = \begin{array}{|c|c|} \hline P_1 & P_2 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_1 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & c \\ \hline 2 & 2 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$t = 6$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Incrémenter  $e$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L = \begin{array}{|c|c|} \hline P_1 & P_2 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$
 $x_P =$ 

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_1 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & c \\ \hline 2 & 2 & 2 \\ \hline \end{array}$$
 $\tau =$ 

$$t = 6$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Incrémenter  $\tilde{t}$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L = \begin{array}{|c|c|} \hline P_1 & P_2 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 1$$

$$P_1 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & c \\ \hline 2 & 2 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$t = 6$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

$$t \leftarrow \tilde{t}$$

## Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L =$$

$P_1$	$P_2$
1	2

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 1$$

$$P_1 =$$

a	b	c
2	2	2

$$t = 1$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Traiter  $P_1$  avec le top départ  $\tilde{t}$

## Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L =$$

$P_1$	$P_2$
1	2

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 1$$

$$P_1 =$$

a	b	c
2	2	2

$$\tau =$$

$$t = 7$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	.	.	.	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	.	.	.	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Incrémenter  $\tilde{t}$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L = \begin{array}{|c|c|} \hline P_1 & P_2 \\ \hline \end{array}$$

$$x_P = \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\tilde{t} = 2$$

$$P_1 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & c \\ \hline \end{array}$$

$$\tau = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 2 & 2 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$t = 7$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	.	.	.	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	.	.	.	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

$$t \leftarrow \tilde{t}$$

## Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L = \begin{array}{|c|c|} \hline P_1 & P_2 \\ \hline \end{array}$$

$$x_P = \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\tilde{t} = 2$$

$$P_1 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & c \\ \hline \end{array}$$

$$\tau = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 2 & 2 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$t = 2$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	.	.	.	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	.	.	.	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Traiter  $P_1$  avec le top départ  $\tilde{t}$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L = \begin{array}{|c|c|} \hline P_1 & P_2 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 2$$

$$P_1 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & c \\ \hline 2 & 2 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$t = 8$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	1	.	.	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	1	.	.	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Incrémenter  $\tilde{t}$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L =$$

$P_1$	$P_2$
1	2

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 3$$

$$P_1 =$$

a	b	c
2	2	2

$$\tau =$$

$$t = 8$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	1	.	.	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	1	.	.	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

$$t \leftarrow \tilde{t}$$

## Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L =$$

$P_1$	$P_2$
1	2

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 3$$

$$P_1 =$$

a	b	c
2	2	2

$$\tau =$$

$$t = 3$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	1	.	.	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	1	.	.	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Traiter  $P_1$  avec le top départ  $\tilde{t}$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L =$$

$P_1$	$P_2$
1	2

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 3$$

$$P_1 =$$

a	b	c
2	2	2

$$\tau =$$

$$t = 9$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	1	1	.	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	1	1	.	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Incrémenter  $\tilde{t}$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L =$$

$P_1$	$P_2$
1	2

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 4$$

$$P_1 =$$

a	b	c
2	2	2

$$\tau =$$

$$t = 9$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	1	1	.	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	1	1	.	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

$$t \leftarrow \tilde{t}$$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L =$$

$P_1$	$P_2$
1	2

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 4$$

$$P_1 =$$

a	b	c
2	2	2

$$t = 4$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	1	1	.	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	1	1	.	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Traiter  $P_1$  avec le top départ  $\tilde{t}$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L =$$

$P_1$	$P_2$
1	2

$$\tilde{t} = 4$$

$$P_1 =$$

a	b	c
2	2	2

$$t = 10$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	1	1	1	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	1	1	1	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Incrémenter  $\tilde{t}$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L = \begin{array}{|c|c|} \hline P_1 & P_2 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 4$$

$$P_1 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & c \\ \hline 2 & 2 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\tau =$$

$$t = 10$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	1	1	1	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	1	1	1	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Incrémenter  $P$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L =$$

$P_1$	$P_2$
1	2

$$x_P =$$

$$\tilde{t} =$$

$$P_2 =$$

f	g	$\overleftarrow{b}$	d	e
3	3	2	3	3

$$\tau =$$

$$t =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	1	1	1	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	1	1	1	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Initialiser  $\tilde{t}$  à 0

$t \leftarrow \tilde{t}$

Initialiser  $e$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L = \begin{array}{|c|c|} \hline P_1 & P_2 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_2 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline f & g & \overleftarrow{b} & d & e \\ \hline 3 & 3 & 2 & 3 & 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\tau =$$

$$t = 0$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	1	1	1	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	1	1	1	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Si  $e \in E$ , alors  $\text{Res}[e, t] \leftarrow \text{Res}[e, t] + x_P$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L = \begin{array}{|c|c|} \hline P_1 & P_2 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$
 $x_P =$ 

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_2 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline f & g & b & d & e \\ \hline 3 & 3 & 2 & 3 & 3 \\ \hline \end{array}$$
 $\tau =$ 

$$t = 0$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	1	1	1	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	1	1	1	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

$$t \leftarrow t + \tau_e$$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L = \begin{array}{|c|c|} \hline P_1 & P_2 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$
 $x_P =$ 

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_2 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline f & g & b & d & e \\ \hline 3 & 3 & 2 & 3 & 3 \\ \hline \end{array}$$

$$t = 3$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	1	1	1	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	1	1	1	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Incrémenter  $e$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L =$$

$P_1$	$P_2$
1	2

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_2 =$$

f	g	b	d	e
3	3	2	3	3

$$\tau =$$

$$t = 3$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	1	1	1	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	1	1	1	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Si  $e \in E$ , alors  $\text{Res}[e, t] \leftarrow \text{Res}[e, t] + x_P$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L =$$

$P_1$	$P_2$
1	2

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_2 =$$

f	g	b	d	e
3	3	2	3	3

$$\tau =$$

$$t = 3$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	1	1	1	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	1	1	1	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.

$$t \leftarrow t + \tau_e$$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L =$$

$P_1$	$P_2$
1	2

 $x_P =$ 

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_2 =$$

f	g	b	d	e
3	3	2	3	3

$$t = 6$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	1	1	1	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	1	1	1	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.

Incrémenter  $e$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L = \begin{array}{|c|c|} \hline P_1 & P_2 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$
 $x_P =$ 

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_2 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline f & g & \overleftarrow{b} & d & e \\ \hline 3 & 3 & 2 & 3 & 3 \\ \hline \end{array}$$
 $\tau =$ 

$$t = 6$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	1	1	1	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	1	1	1	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.

Si  $e \in \overleftarrow{E}$ , alors  $t \leftarrow t - \tau_e$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L = \begin{array}{|c|c|} \hline P_1 & P_2 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_2 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline f & g & b & d & e \\ \hline 3 & 3 & 2 & 3 & 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\tau =$$

$$t = 4$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	1	1	1	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	1	1	1	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.

$$\text{Res}[e, t] \leftarrow \text{Res}[e, t] - x_P$$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L =$$

$P_1$	$P_2$
1	2

 $x_P =$ 

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_2 =$$

f	g	$\overleftarrow{b}$	d	e
3	3	2	3	3

$$t = 4$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	0	1	1	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	1	1	1	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.

Incrémenter  $e$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L = \begin{array}{|c|c|} \hline P_1 & P_2 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_2 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline f & g & b & d & e \\ \hline 3 & 3 & 2 & 3 & 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\tau =$$

$$t = 4$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	0	1	1	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	1	1	1	.	.
d	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.

Si  $e \in E$ , alors  $\text{Res}[e, t] \leftarrow \text{Res}[e, t] + x_P$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L = \begin{array}{|c|c|} \hline P_1 & P_2 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_2 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline f & g & b & d & e \\ \hline 3 & 3 & 2 & 3 & 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\tau =$$

$$t = 4$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	0	1	1	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	1	1	1	.	.
d	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.

$$t \leftarrow t + \tau_e$$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L =$$

$P_1$	$P_2$
1	2

 $x_P =$ 

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_2 =$$

f	g	$\leftarrow$ b	d	e
3	3	2	3	3

$$t = 7$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	0	1	1	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	1	1	1	.	.
d	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.

Incrémenter e

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L = \begin{array}{|c|c|} \hline P_1 & P_2 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_2 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline f & g & \overleftarrow{b} & d & e \\ \hline 3 & 3 & 2 & 3 & 3 \\ \hline \end{array}$$

$$t = 7$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	0	1	1	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	1	1	1	.	.
d	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
f	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.

Si  $e \in E$ , alors  $\text{Res}[e, t] \leftarrow \text{Res}[e, t] + x_P$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L =$$

$P_1$	$P_2$
1	2

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_2 =$$

f	g	$\leftarrow b$	d	e
3	3	2	3	3

$$t = 7$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	0	1	1	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	1	1	1	.	.
d	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	1	.	.	.	.
f	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.

$$t \leftarrow t + \tau_e$$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L = \begin{array}{|c|c|} \hline P_1 & P_2 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_2 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline f & g & b & d & e \\ \hline 3 & 3 & 2 & 3 & 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\tau =$$

$$t = 10$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	0	1	1	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	1	1	1	.	.
d	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	1	.	.	.	.
f	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.

Incrémenter e

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L =$$

$P_1$	$P_2$
1	2

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_2 =$$

f	g	b	d	e
3	3	2	3	3

$$t = 10$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	0	1	1	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	1	1	1	.	.
d	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	1	.	.	.	.
f	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.

Incrémenter  $\tilde{t}$

# Etape 4 détaillée sur l'exemple

$$T = 11$$

$$\delta = 1$$

$$L = \begin{array}{|c|c|} \hline P_1 & P_2 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$x_P =$$

$$\tilde{t} = 0$$

$$P_2 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline f & g & b & d & e \\ \hline 3 & 3 & 2 & 3 & 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\tau =$$

$$t = 10$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.
b	.	.	1	1	0	1	1	.	.	.	.
c	.	.	.	.	1	1	1	1	1	.	.
d	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.
e	.	.	.	.	.	.	1	.	.	.	.
f	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
g	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.

Incrémenter  $P$