

JOUR 1 : Oral d'algèbre

Tirage : 105 : Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications / 123 : Corps finis. Applications

Choix : Corps finis (étant en option C et mes développements pour la 105 étant peu satisfaisants, j'ai préféré prendre les corps finis, leçon sur laquelle j'avais pu atteindre quasiment les 70 items).

Développements :

- Loi de réciprocité quadratique via les formes quadratiques.
- Dénombrement des polynômes irréductibles sur les corps finis, avec application à la construction des corps finis.

Le jury a choisi la loi de réciprocité quadratique. Le développement s'est bien déroulé malgré la chaleur étouffante ; quasiment aucune question n'a porté dessus. Les questions concernaient majoritairement le plan : comment justifier que le quotient est un corps de cardinal (p^n) , l'unicité à isomorphisme près, le lien avec les extensions de corps, les corps de rupture et les corps de décomposition.

Partie exercice : comment construire $(\mathbf{F}_{27})$, à quelle condition le polynôme (X^2+X+1) est irréductible sur $(\mathbf{F}_q)$, différence entre $(\mathbf{F}_4)$, $(\mathbb{Z}/4\mathbb{Z})$ et $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$.

Avec la chaleur, j'étais un peu lent, mais nous avons pu tout faire grâce aux indications du jury. Ils n'ont pas posé de questions sur le symbole de Jacobi. Les questions portaient majoritairement sur la construction et la compréhension des objets.

Note obtenue : 16,5

JOUR 2 : Oral d'analyse

Tirage : 223 : Suites réelles et complexes. Convergence, valeurs d'adhérence. Exemples et applications / 250 : Transformation de Fourier. Applications

Choix : Transformation de Fourier (je suis tombé sur cette leçon deux fois pendant l'année de préparation ; je la connaissais donc bien, malgré un dernier oral blanc qui s'était mal passé. Comme Karine m'avait fait retravailler toutes les preuves, je les avais toutes revues et apprises. Je me sentais donc capable de démontrer tous les théorèmes, ce qui a beaucoup plu au jury. Je la remercie pour son exigence et sa rigueur.)

Développements :

- Théorème de Shannon (base hilbertienne de (L^2) , reconstitution du signal).
- Théorème de Lévy et théorème central limite.

Le jury a choisi Shannon. Là encore, cela s'est bien passé : aucun accrochage, aucun point d'ombre, donc peu de questions sur le développement (à part quelques petites coquilles dues à la chaleur et au stress).

Pour le plan, les questions portaient toujours sur la construction des objets : dans (L^1) , puis dans $(L^1 \cap L^2)$, puis dans $(\mathcal{S}(\mathbb{R}^d))$, etc. Il y a également eu beaucoup de questions sur l'existence des objets et sur les théorèmes importants intervenant dans les preuves. J'ai donné à chaque fois les éléments nécessaires pour répondre aux questions, ce qui a suffi.

Nous avons ensuite traité des exercices classiques d'application de la transformée de Fourier (transformée de la gaussienne par intégration complexe ou via une équation différentielle), puis un exercice d'analyse-synthèse sur une fonction de $(L^1 \cap C^1)$ telle que $(\mathcal{F}f)(t) = f(t+a)$, quelque chose de ce type. Enfin, nous avons commencé à démontrer qu'il n'existait pas d'élément neutre pour le produit de convolution dans $(L^1 \oplus \mathbb{C})$.

Le jury a apprécié que je connaisse un peu la théorie des distributions pour le dernier exercice.

Note obtenue : 19

JOUR 3 : Modélisation

Texte : Partage de secret via l'interpolation newtonienne et un texte sur les courbes elliptiques.

Choix : Partage de secret, car j'avais vu un candidat passer sur ce texte pendant la session 2.

Le texte portait sur le partage de secret via l'interpolation newtonienne (base $(1, (X-c_0), ((X-c_0)(X-c_1)), \dots)$). Le texte n'était pas trop difficile, mais il ne proposait qu'une seule preuve, non donnée, sur l'existence d'une représentation en base factorielle dans un anneau de la forme $(\mathbb{Z}/p^a\mathbb{Z})$, que je n'ai pas su retrouver.

Il faisait très chaud dans la salle et c'était le dernier jour ; j'étais donc épuisé. Le jury était très sympathique et nous avons réussi à démontrer les résultats ensemble.

J'ai réussi à implémenter quasiment tout en Sage, mais les mathématiques m'ont probablement fait perdre des points.

Note obtenue : 11

Classement : 59

Conclusion

Le jury était très sympathique et compréhensif vis-à-vis de la chaleur étouffante. À part la modélisation, mes impressions à la sortie des oraux sont en accord avec les notes obtenues.

Je n'ai pas eu de questions extrêmement difficiles et cela m'a permis d'obtenir des notes très correctes.