

Élève 1*

Exercice. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une application dérivable en 0 et nulle en 0. Soit $\ell \in \mathbb{N}^*$. Pour tout entier $n \geq 1$, on pose

$$S_n = \sum_{k=0}^{n\ell} f\left(\frac{k}{n^2}\right)$$

Montrer que la suite (S_n) converge et calculer sa limite.

Élève 2

Exercice. Soit $f : I \rightarrow \mathbb{C}$ dérivable, ne s'annulant pas. Démontrer que $|f|$ est croissante si et seulement si $\Re(f'/f) \geq 0$.

Élève 3 & un élève du groupe 5

Exercice. Soit f une fonction de classe \mathcal{C}^∞ . Pour $n \in \mathbb{N}$, déterminer la limite quand $h \rightarrow 0$ de

$$\frac{1}{h^n} \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} f(kh)$$