

101 : Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.

Antoine DEQUAY

21 septembre 2022

Notes

- Prof : .
- Références :
 - ROMBALDI, *Mathématiques pour l'agrégation, algèbre et géométrie*,
 - CALAY,
 - H2G2, *Tome 1*,
 - COMBES,
 - LE BARBENCHON,
 - PERRIN

Table des matières

1	Généralités	1
1.1	Notion d'action	1
1.2	Groupe symétrique	1
2	Application aux espaces matriciels	1
2.1	Par équivalence (?)	1
2.2	Par conjugaison (?)	1
3	Actions sur les espaces vectoriels et affines	1
3.1	Représentations linéaires	2
3.2	Représentations linéaires et isométries	2

4	Autres applications	2
4.1	Application aux p -groupes	2
4.2	Intérêt en dénombrement	2

1 Généralités

1.1 Notion d'action

Cf H2G2, ROMBALDI.

- ↪ Définitions à prendre dans l'ordre : action, lien avec bij, orbite, stabilisateur, types de propriétés, à intercaler avec exemples. (H2G2),
- ↪ Théorème de CAYLEY et équation aux classes. (ROMBALDI).
- ↪ Centralisateur, normalisateur (H2G2).

1.2 Groupe symétrique

Cf. CALEY ou H2G2 + LE BARBENCHON.

- ↪ Décomposition en cycles disjoints, conjugaison,
- ↪ Définition maison groupe transitif (via action transitive),
- ↪ [DEV] Paire génératrice de sous-groupes de $\mathfrak{S}_n$.

2 Application aux espaces matriciels

2.1 Par équivalence (?)

Cf. H2G2.

- ↪ Def de l'action par conjugaison, par équivalence.
- ↪ Théorème spectral (ref à trouver),
- ↪ Théorème du rang,
- ↪ [DEV] Théorème de BRAUER.

2.2 Par conjugaison (?)

Cf. ROMBALDI.

3 Actions sur les espaces vectoriels et affines

Cf. H2G2.

3.1 Représentations linéaires

- ↪ Def représentation linéaire, caractère et exemples,
- ↪ énoncer table de $\mathfrak{S}_4$.

3.2 Représentations linéaires et isométries

- ↪ Def espace affine, groupe des isométries,
- ↪ Isométrie du tétraèdre et du cube,
- ↪ nombre de coloriage du cube.

4 Autres applications

4.1 Application aux p -groupes

Cf. ROMBALDI *et* PERRIN.

- ↪ PERRIN pour p -groupe.
- ↪ ROMBALDI théorème de CAUCHY,
- ↪ PERRIN pour SYLOW.

4.2 Intérêt en dénombrement

Cf. COMBES.

- ↪ Formule de BURNSIDE et application.