

# 105 : Groupe de permutations d'un ensemble fini. Applications.

Antoine DEQUAY

21 septembre 2022

## Notes

— Prof : Matthieu ROMAGNY.

— Références :

— CALAY,

— ROMBALDI,

— PERRIN,

— GOURDON, *Algèbre*,

— *NH2G2*, tome 2.

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Groupe de permutation et groupe symétrique</b>	<b>3</b>
1.1	Premières définitions . . . . .	3
1.2	Décomposition . . . . .	3
1.3	Morphisme signature . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Structure de <math>\mathfrak{S}_n</math> et <math>\mathfrak{A}_n</math></b>	<b>3</b>
2.1	Générateurs . . . . .	3
2.2	Propriétés de $\mathfrak{A}_n$ et $\mathfrak{S}_n$ . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Applications</b>	<b>4</b>
3.1	Polynômes symétriques . . . . .	4

3.2	Déterminant . . . . .	4
3.3	Liens avec la géométrie . . . . .	4

# 1 Groupe de permutation et groupe symétrique

*Cf* CALAY, ROMBALDI.

## 1.1 Premières définitions

- ↪ Permutation, groupe de permutation d'un ensemble quelconque, isomorphie selon cardinal,
- ↪ Groupe symétrique, ordre de  $\mathfrak{S}_n$ ,
- ↪ Cycle, permutation,
- ↪ Injection dans  $GL_n(\mathbb{K})$ ,
- ↪ [DEV] Théorème de BRAUER,
- ↪ Théorème de CAYLEY.

## 1.2 Décomposition

- ↪ support, décomposition, ordre,
- ↪ type, action par conjugaison (automorphisme intérieur), lien avec type.

## 1.3 Morphisme signature

- ↪ Signature,  $\mathfrak{A}_n$ .

# 2 Structure de $\mathfrak{S}_n$ et $\mathfrak{A}_n$

## 2.1 Générateurs

*Cf* CALAY.

- ↪ [DEV] Paire génératrice de sous-groupes de  $\mathfrak{S}_n$ .

## 2.2 Propriétés de $\mathfrak{A}_n$ et $\mathfrak{S}_n$

*Cf* PERRIN.

## 3 Applications

### 3.1 Polynômes symétriques

*Cf* GOURDON.

### 3.2 Déterminant

*Cf* GOURDON.

### 3.3 Liens avec la géométrie

*Cf* NH2G2.