

# 141 : Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.

Antoine DEQUAY

21 septembre 2022

## Notes

- Prof : .
- Références :
  - CARREGA, *La règle et le compas*,
  - GOZARD, *Théorie de GALOIS*,
  - PERRIN,
  - SERRE,
  - SAUX-PICARD RANNOU.

## Table des matières

<b>1 Polynômes irréductibles</b>	<b>1</b>
1.1 Généralités . . . . .	1
1.2 Autres critères d'irréductibilité . . . . .	1
<b>2 Extensions de corps</b>	<b>1</b>
2.1 Extension algébrique . . . . .	1
2.2 Adjonction de racines : Corps de rupture et corps de décomposition . . . . .	1
<b>3 Applications</b>	<b>1</b>
3.1 Corps finis et recherche de nombres premiers . . . . .	1
3.2 Géométrie à la règle et au compas . . . . .	2

# 1 Polynômes irréductibles

## 1.1 Généralités

*Cf* GOZARD.

↪ Définition polynôme irréductible, propriété irréductibilité dans corps

## 1.2 Autres critères d'irréductibilité

*Cf.* GOZARD *puis* PERRIN.

↪ Def primitif et Lemme de GAUSS + théorème dans Frac (dans GOZARD),

↪ EISENSTEIN et théorème de réduction (dans PERRIN).

# 2 Extensions de corps

*Cf.* PERRIN.

## 2.1 Extension algébrique

↪ Définition extension, élément & extension algébrique, théorème de la base télescopique, corollaire direct, transcendance admise.

## 2.2 Adjonction de racines : Corps de rupture et corps de décomposition

↪ Def corps rupture, de décomposition, unicité, corps algébriquement clos, clôture, D'ALEMBERT-GAUSS,

↪ ([DEV]) Théorème d'ARTIN et application.

# 3 Applications

## 3.1 Corps finis et recherche de nombres premiers

*Cf.* SERRE, PERRIN *et* SAUX-PICARD RANNOU.

↪ Fabrique à corps finis, unicité, nouveau critère d'irréductibilité

↪ [DEV] Primalité des nombres de MERSENNE.

### 3.2 Géométrie à la règle et au compas

*Cf.* CARREGA

↪ Théorème de WANTZEL,

↪ Impossibilité de la duplication du cube,

↪ Impossibilité de la trisection de l'angle,

↪ **[DEV]** Théorème de GAUSS