

152 : Déterminants. Exemples et applications.

Antoine DEQUAY

21 septembre 2022

Notes

- Prof : .
- Références :
 - GOURDON, *Algèbre et Analyse*.
 - ROMBALDI,
 - GRIFONE,
 - ROUVIÈRE.

Table des matières

1	Définition et propriétés	3
1.1	Déterminant de n vecteurs	3
1.2	Déterminant d'un endomorphisme	3
1.3	Déterminant d'une matrice carrée	3
2	Méthodes de calcul et exemples	3
2.1	Développement par rapport à une ligne ou une colonne	3
2.2	Cas "par blocs"	3
2.3	Exemples importants	3
3	Le déterminant en algèbre linéaire	3
3.1	Système linéaire	4
3.2	Polynôme caractéristique	4
3.3	Théorie du rang	4

4	Liens avec l'analyse et la géométrie	4
4.1	Interprétation géométrique	4
4.2	Déterminant et fonctionnelles	4

1 Définition et propriétés

Cf ROMBALDI.

1.1 Déterminant de n vecteurs

- ↪ Forme n -linéaire alternées, ...
- ↪ formule déterminant,
- ↪ relation de CHASLES & caractérisation d'une base, exemples.

1.2 Déterminant d'un endomorphisme

1.3 Déterminant d'une matrice carrée

- ↪ Formule de CRAMER.

2 Méthodes de calcul et exemples

2.1 Développement par rapport à une ligne ou une colonne

Cf ROMBALDI et GOURDON, *Algèbre*.

- ↪ Algorithme du pivot de GAUSS, ...

2.2 Cas "par blocs"

Cf ROMBALDI.

2.3 Exemples importants

Cf GOURDON, *Algèbre*.

- ↪ VANDERMONDE,
- ↪ CAUCHY,
- ↪ [DEV] Théorème de BRAUER.

3 Le déterminant en algèbre linéaire

Cf GRIFONE.

3.1 Système linéaire

↪ Règle de CRAMER.

3.2 Polynôme caractéristique

↪ Théorème de CAYLEY-HAMILTON.

3.3 Théorie du rang

4 Liens avec l'analyse et la géométrie

4.1 Interprétation géométrique

Cf GRIFONE.

↪ Volume...,

↪ [DEV], Ellipsoïde de JOHN-LOEWNER,

↪ Orientation de l'espace,

↪ Matrice de GRAM, avec application au calcul de distance.

4.2 Déterminant et fonctionnelles

Cf ROUVIÈRE et GOURDON, *Analyse*.

↪ Polynôme, affine en les coefficients, continue (à dire **seul**!)

↪ Différentielle,

↪ Changement de variable.