

214 : Théorème d'inversion locale, théorème des fonctions implicites. Exemples et applications en analyse et géométrie.

Antoine DEQUAY

21 septembre 2022

Notes

- Prof : .
- Références :
 - EL AMRANI, *Calcul différentiel*,
 - HAUCHECORNE,
 - ROUVIÈRE,
 - *Objectif Agreg* pour une vue d'ensemble + commentaires.

Table des matières

1	Théorème des fonctions implicites	1
1.1	Approche par un théorème de point fixe	1
1.2	Courbes et graphes	1
2	Conséquences	1
2.1	Extrema sous contraintes	1
2.2	Théorèmes d'inversions	1
3	Application aux sous-variétés	1
3.1	Définition	2
3.2	Caractérisations	2

4	Application aux changements de coordonnées	2
4.1	Définition	2
4.2	Différentielle seconde et forme quadratique	2

1 Théorème des fonctions implicites

Cf EL AMRANI.

1.1 Approche par un théorème de point fixe

↪ Point fixe de BANACH,

↪ ([DEV]) CAUCHY-LIPSCHITZ,

↪ énoncer CAUCHY-LIPSCHITZ à paramètre pour DEV.

1.2 Courbes et graphes

↪ Théorème des fonctions implicites.

2 Conséquences

Cf EL AMRANI.

2.1 Extrema sous contraintes

2.2 Théorèmes d'inversions

↪ Def difféo,

↪ [DEV] Théorème d'HADAMARD LEVY,

↪ Théorème d'inversion locale,

↪ [DEV] Décomposition polaire $\mathcal{C}^\infty$ -difféomorphisme.

3 Application aux sous-variétés

Cf EL AMRANI.

3.1 Définition

3.2 Caractérisations

4 Application aux changements de coordonnées

Cf. ROUVIÈRE.

4.1 Définition

4.2 Différentielle seconde et forme quadratique

- ↪ Lemme de MORSE à 2 variables,
- ↪ "réduction des formes quadratiques", exo 66,
- ↪ Lemme de MORSE général.