

# 219 : Extremums : existence, caractérisation, recherche. Exemples et applications.

Antoine DEQUAY

21 septembre 2022

## Notes

- Prof : .
- Références :
  - EL AMRANI, *Calcul différentiel*,
  - ROUVIÈRE,
  - ROMBALDI, *Éléments d'analyse réelle*,
  - ROMBALDI, *Analyse matricielle*,
  - AMAR-MATHERON,
  - TAUVEL,
  - GOURDON,
  - BECK, *Objectif Agrégation*,
  - BREZIS,
  - ZUILY-QUEFFELEC,
  - BARANGER,
  - CIARLET,
  - GRIFONE.

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Existence, unicité</b>	<b>1</b>
1.1	Compacité, coercivité . . . . .	1
1.2	Convexité . . . . .	1

1.3	Cas d'un espace de HILBERT . . . . .	1
1.4	Holomorphie . . . . .	1
<b>2</b>	<b>Lien avec le calcul différentiel</b>	<b>1</b>
2.1	Extremum libre au premier ordre . . . . .	1
2.2	Extremum libre au second ordre . . . . .	2
2.3	Ajout de contraintes . . . . .	2
<b>3</b>	<b>Recherche algorithmique</b>	<b>2</b>
3.1	Méthode de NEWTON . . . . .	2
3.2	Minimisation d'une fonctionnelle quadratique . . . . .	2
3.3	Méthode des moindres carrés . . . . .	2

# 1 Existence, unicité

## 1.1 Compacité, coercivité

*Cf* ROUVIÈRE, GOURDON, BECK.

- ↪ Définitions extremums dans ROUVIÈRE,
- ↪ Compacité dans GOURDON, voir **exercices**,
- ↪ Coercivité dans BECK,
- ↪ ([DEV]) Plus long plongeur.

## 1.2 Convexité

*Cf* ROMBALDI, *Éléments d'analyse réelle* et ZUILY-QUEFFELEC.

- ↪ Def, minimum, ... **Penser à dernier exo sur aire**,
- ↪ Remarque : Inégalité isopérimétrique dans ZUILY-QUEFFELEC,
- ↪ [DEV] Ellipsoïde de JOHN LOEWNER.

## 1.3 Cas d'un espace de HILBERT

*Cf* BREZIS.

- ↪ Jusqu'à LAX-MILGRAM.

## 1.4 Holomorphie

*Cf* AMAR - MATHERON *et* TAUVEL (*en renfort*).

- ↪ Principe du maximum, lemme de SCHWARTZ.

# 2 Lien avec le calcul différentiel

*Cf* EL AMRANI, *Calcul différentiel* *et* ROUVIÈRE.

## 2.1 Extremum libre au premier ordre

+ *Cf*. ROMBALDI, *Éléments d'analyse réelle*.

- ↪ Théorème de ROLLE pour ROMBALDI.

## 2.2 Extremum libre au second ordre

## 2.3 Ajout de contraintes

# 3 Recherche algorithmique

## 3.1 Méthode de NEWTON

*Cf* BARANGER + CIARLET.

↪ Dichotomie sur  $f'$  pour trouver les points critiques dans le cas  $\mathcal{C}^1$ , Méthode de NEWTON dans le cas  $\mathcal{C}^2$  (voir CIARLET pour la dimension supérieure),

## 3.2 Minimisation d'une fonctionnelle quadratique

*Cf* ROMBALDI, *Analyse matricielle*.

↪ [DEV] Méthode du gradient à pas optimal.

## 3.3 Méthode des moindres carrés

*Cf* GRIFONE.