

228 : Continuité, dérivabilité, dérivation faible des fonctions réelles d'une variable réelle. Exemples et applications.

Antoine DEQUAY

21 septembre 2022

Notes

- Prof : .
- Références :
 - HAUCHECORNE,
 - ROMBALDI, *Éléments d'analyse réelle*,
 - GOLSE,
 - EL AMRANI, *Suites et séries*,
 - EL AMRANI, *Analyse de FOURIER dans les espaces fonctionnels*.

Table des matières

1	Continuité	1
1.1	Définition et premières propriétés	1
1.2	Continuité sur un connexe, un compact	1
1.3	Uniforme continuité, caractère lipschitzien	1
1.4	Préservation de la continuité	1
2	Dérivabilité	1
2.1	Définition et premières propriétés	1
2.2	Propriété des fonctions dérivables	2
2.3	Dérivation d'ordre supérieur	2

2.4	Préservation de la dérivation	2
3	Cas des distributions	2
3.1	Définitions	2
3.2	Continuité	2
3.3	Dérivation	2

1 Continuité

1.1 Définition et premières propriétés

Cf ROMBALDI.

↪ Def, opérations, caractérisation (séquentielle, topologique).

1.2 Continuité sur un connexe, un compact

Cf ROMBALDI.

↪ TVI,

↪ Penser à théorème d'approximation de WEIERSTRASS,

↪ Uniforme continuité, théorème de HEINE,

↪ Caractère lipschitzien.

1.3 Uniforme continuité, caractère lipschitzien

Cf ROMBALDI.

↪ [DEV].

1.4 Préservation de la continuité

Cf EL AMRANI, *Suites et séries*, EL AMRANI, *Analyse de FOURIER dans les espaces fonctionnels*.

↪ Suites, séries, ...

↪ Application à la transformée de FOURIER, aux séries de FOURIER,

↪ [DEV] Série de FOURIER des applications continues.

2 Dérivabilité

2.1 Définition et premières propriétés

Cf ROMBALDI.

↪ Def, formulaire.

2.2 Propriété des fonctions dérivables

Cf ROMBALDI.

↪ Théorème de ROLLE, des accroissements finis...

2.3 Dérivation d'ordre supérieur

Cf ROMBALDI.

↪ Def,

↪ ([DEV]) Formule d'EULER-MACLAURIN et série harmonique,

↪ LEIBNIZ, TAYLOR, ...

↪ Def $\mathcal{C}^\infty$,

↪ [DEV] Sous-espaces vectoriels de $\mathcal{C}^1(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ engendrés par les translatés.

2.4 Préservation de la dérivation

Cf EL AMRANI, *Suites et séries*.

↪ Suites, séries, ...

3 Cas des distributions

Cf GOLSE.

3.1 Définitions

3.2 Continuité

3.3 Dérivation